

Chapitre 7

Machines thermiques



Nicolas Léonard Sadi Carnot, 1796-1832



7.1 Machines dithermes

7.1.1 Machines dithermes, cycles et processus

7.2 Cycle de Carnot

7.2.1 Cycle de Carnot

7.2.2 Machine de Carnot

7.2.3 Transferts de chaleur

7.2.4 Travail et variation d'énergie interne

7.2.5 Variation d'entropie

7.2.6 Cycle moteur - diagramme TS

7.2.7 Cycle calorifique - diagramme TS

7.3 Processus réversibles pour le gaz parfait

7.3.1 Processus réversibles

7.3.2 Processus adiabatiques réversibles

7.3.3 Processus isothermes réversibles

7.3.4 Processus isochores réversibles

7.3.5 Processus isobares réversibles

7.4 Cycle de Carnot pour le gaz parfait

- 7.4.1 Diagramme pV
- 7.4.2 Variations d'énergie interne et d'enthalpie
- 7.4.3 Travail
- 7.4.4 Chaleur
- 7.4.5 Variations d'entropie
- 7.4.6 Cycle moteur - diagramme pV
- 7.4.7 Cycle calorifique - diagramme pV
- 7.4.8 Cycles moteur et calorifique
- 7.4.9 Postulat de Kelvin - cycle moteur
- 7.4.10 Postulat de Clausius - cycle calorifique

7.5 Rendement et efficacités

- 7.5.1 Rendement - moteur
- 7.5.2 Efficacité de chauffage - pompe à chaleur
- 7.5.3 Efficacité de refroidissement - réfrigérateur
- 7.5.4 Rendement du cycle moteur de Carnot
- 7.5.5 Efficacités du cycle calorifique de Carnot

7.6 Cycle de Carnot endoréversible

7.6.1 Cycle endoréversible

7.6.2 Cycle moteur

7.6.3 Rendement maximal

7.7 Théorème de Carnot

7.7.1 Théorème de Carnot

7.8 Applications

7.8.1 Expérience de Clément-Desormes

7.8.2 Moteur de Stirling

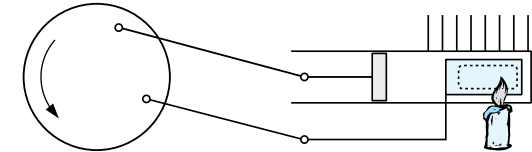
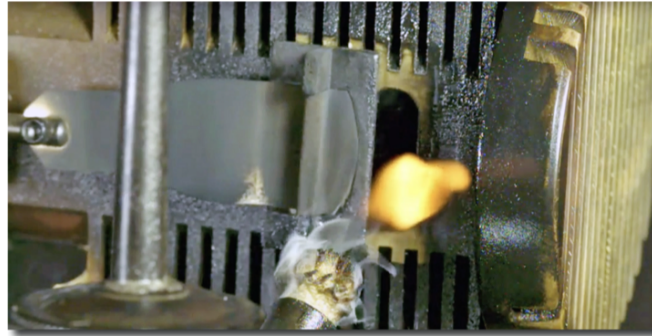
7.8.3 Fluide biphasique

7.8.4 Pression saturante et humidité

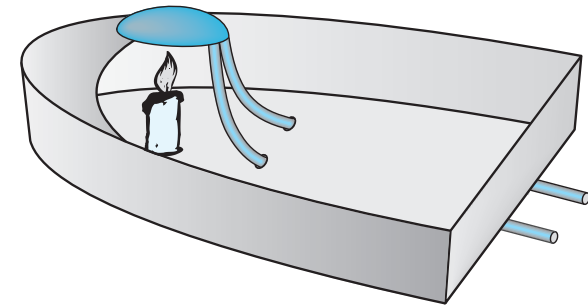
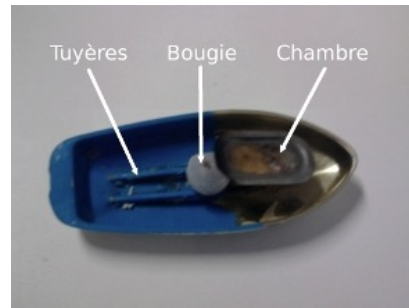
7.1 Machines dithermes

7.1.1 Machines dithermes, cycles et processus

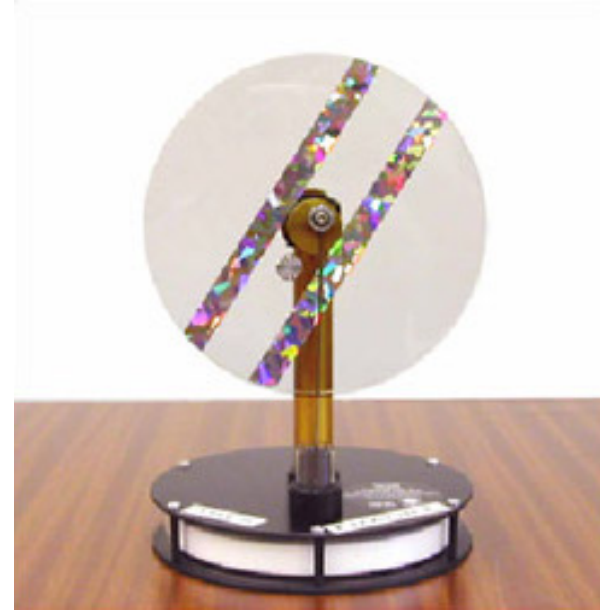
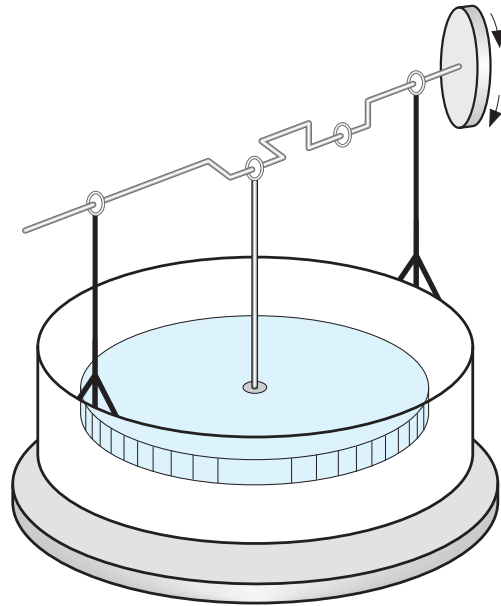
- **Machine ditherme** : un système constitué d'un fluide qui effectue un transfert de chaleur entre deux réservoirs de chaleur et qui donne lieu à un travail ou vis versa.
- **Sources de chaleur** : le transfert de chaleur a lieu entre deux réservoirs de chaleur appelés source chaude et source froide.
- **Cycle** : une machine ditherme opère selon un cycle qui correspond à un chemin fermé dans un diagramme, ce qui signifie que le système passe périodiquement par les mêmes états.
- **Processus** : une machine ditherme n'est pas décrite par un processus continu, mais par une série de processus distincts (approximation).
 - 1 **Isotherme** : à température T constante
 - 2 **Isobare** : à pression p constante
 - 3 **Isochore** : à volume V constant
 - 4 **Isentropique** : à entropie S constante
 - 5 **Adiabatique** : en absence de transfert de chaleur
- Un processus adiabatique réversible est isentropique, mais un processus adiabatique irréversible n'est pas isentropique.



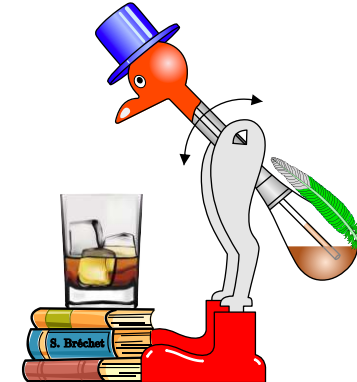
- Le moteur à dépression est une machine ditherme constituée d'une source chaude, la flamme, et d'une source froide, les parois métalliques du cylindre.
- Lorsque le clapet s'ouvre, l'air chaud à proximité de la flamme s'engouffre à l'intérieur du cylindre. Les parois métalliques du cylindre refroidissent alors l'air. Cela donne lieu à une contraction importante de l'air qui génère une dépression. La dépression dans le cylindre provoque le mouvement d'aspiration du piston qui entraîne les bielles et fait tourner le volant.
- Durant le mouvement d'aspiration caractérisé par un bruit de suction, le clapet se referme. L'inertie du volant lui permet d'effectuer un tour complet à la fin duquel le volume dans le cylindre devient maximal, le clapet s'ouvre et le cycle recommence.



- Le bateau à vapeur est une machine ditherme constituée d'une source chaude, la flamme, et d'une source froide, les tubes refroidis par l'eau.
- Dans ce modèle de petit bateau à vapeur, une flamme amène à ébullition l'eau contenue dans un réservoir métallique. La vapeur produite dans la capsule chauffée par la flamme chasse l'eau dans les tubes. Cela donne lieu à une poussée qui provoque le déplacement du bateau.
- La vapeur d'eau se condense sur les parois froides des tubes. Cela génère une dépression dans la capsule qui donne lieu à une aspiration de l'eau dans les tubes. Le cycle se conclut par une lente entrée d'eau.



- Le moteur de Stirling est une machine ditherme constituée d'une source de chaleur la plaque inférieure, et d'une autre source, l'atmosphère.
- L'air à l'intérieur du récipient cylindrique change de température en alternant entre les deux sources de chaleur.
- La différence de température entre la plaque (chaude ou froide) et l'atmosphère est suffisante pour que cette petite machine fasse tourner le volant (dans un sens ou dans l'autre).



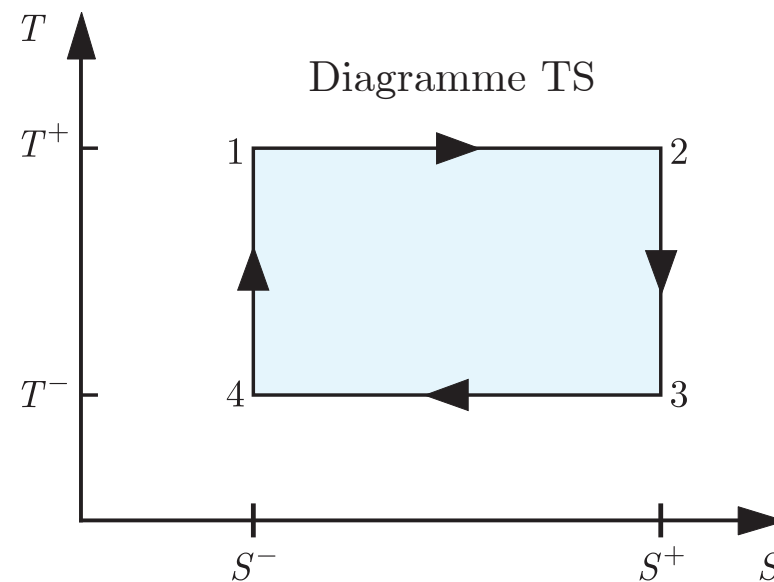
- Lorsque le bec de l'oiseau est en contact thermique avec l'eau, le feutre s'imbibe d'eau et sa température augmente brusquement. La dilatation de l'air au sommet du tube provoque alors la descente rapide du liquide dans le tube. Cela donne lieu au basculement de l'oiseau en position verticale par déplacement du centre de gravité en dessous de l'axe horizontal.
- L'évaporation de l'eau requiert un apport de chaleur qui refroidit le bec de l'oiseau. La contraction de l'air au sommet du tube provoque alors la montée progressive du liquide dans le tube. Cela donne lieu au basculement de l'oiseau en position horizontale par déplacement du centre de gravité en dessus de l'axe horizontal. Et le cycle recommence...
- Le fonctionnement de l'oiseau peut donner l'illusion d'un mouvement perpétuel. Ceci est dû à des apparences trompeuses. On peut observer que l'oiseau ne bascule plus quand l'eau est à l'équilibre chimique avec l'atmosphère (saturation en eau de l'atmosphère sous cloche).

7.2 Cycle de Carnot

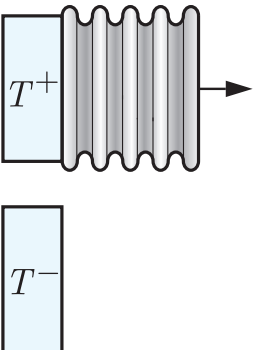
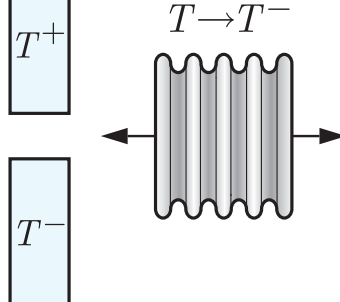
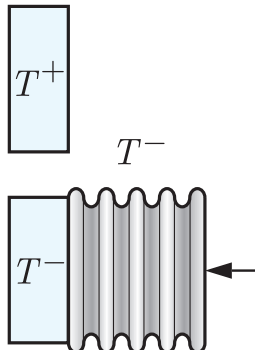
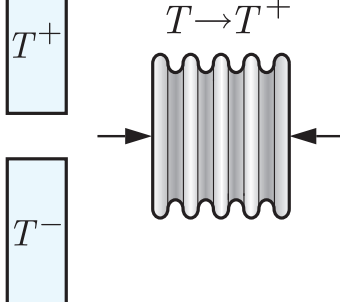
- 7.2.1 Cycle de Carnot
- 7.2.2 Machine de Carnot
- 7.2.3 Transferts de chaleur
- 7.2.4 Travail et variation d'énergie interne
- 7.2.5 Variation d'entropie
- 7.2.6 Cycle moteur - diagramme TS
- 7.2.7 Cycle calorifique - diagramme TS

- **Cycle de Carnot** : un cycle réversible constitué de deux processus isothermes et deux adiabatiques est appelé un cycle de Carnot.

- ➊ **Processus isotherme** : $1 \rightarrow 2$: à température T^+ constante
- ➋ **Processus adiabatique** : $2 \rightarrow 3$: à entropie S^+ constante
- ➌ **Processus isotherme** : $3 \rightarrow 4$: à température T^- constante
- ➍ **Processus adiabatique** : $4 \rightarrow 1$: à entropie S^- constante



- **Machine de Carnot** : une machine ditherme constitué d'un gaz homogène dans un soufflet fermé mis en contact avec deux sources à température constantes T_- et T_+ fonctionnant selon un cycle réversible de Carnot s'appelle une machine de Carnot.

| $1 \rightarrow 2$ | $2 \rightarrow 3$ | $3 \rightarrow 4$ | $4 \rightarrow 1$ |
|---|--|---|---|
|  |  |  |  |
| isotherme | adiabatique | isotherme | adiabatique |
| $S_1 = S^-$ et $S_2 = S^+$ | $S_2 = S_3 = S^+$ | $S_3 = S^+$ et $S_4 = S^-$ | $S_4 = S_1 = S^-$ |
| $T_1 = T_2 = T^+$ | $T_2 = T^+$ et $T_3 = T^-$ | $T_3 = T_4 = T^-$ | $T_4 = T^-$ et $T_1 = T^+$ |

- **Réversibilité** : pour que le cycle de Carnot soit réversible, il faut que le gaz ait la même température que la source lorsqu'il est mit en contact thermique en elle (machine idéale : équilibre thermique à la source).

- **Transferts de chaleur** : la chaleur Q fournie au gaz durant un cycle correspond à la somme des chaleurs fournies au gaz durant les quatre processus,

$$Q = Q_{1 \rightarrow 2} + Q_{2 \rightarrow 3} + Q_{3 \rightarrow 4} + Q_{4 \rightarrow 1} \quad (7.1)$$

❶ **Chaleur fournie au système (gaz)** : $Q_{i \rightarrow f} > 0$ où $i, f \in \{1, 2, 3, 4\}$

❷ **Chaleur restituée à l'environnement** : $Q_{i \rightarrow f} < 0$ où $i, f \in \{1, 2, 3, 4\}$

- **Détente adiabatique** : $2 \rightarrow 3$ à $S = S^+ = \text{cste}$

$$Q_{2 \rightarrow 3} = \int_{S_2}^{S_3} T dS = \int_{S^+}^{S^+} T dS = 0 \quad (7.2)$$

- **Compression adiabatique** : $4 \rightarrow 1$ à $S = S^- = \text{cste}$

$$Q_{4 \rightarrow 1} = \int_{S_4}^{S_1} T dS = \int_{S^-}^{S^-} T dS = 0 \quad (7.3)$$

- **Détente isotherme** : $1 \rightarrow 2$ à $T = T^+ = \text{cste}$

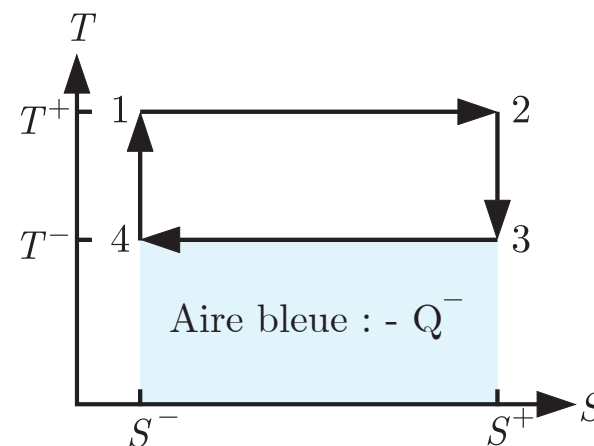
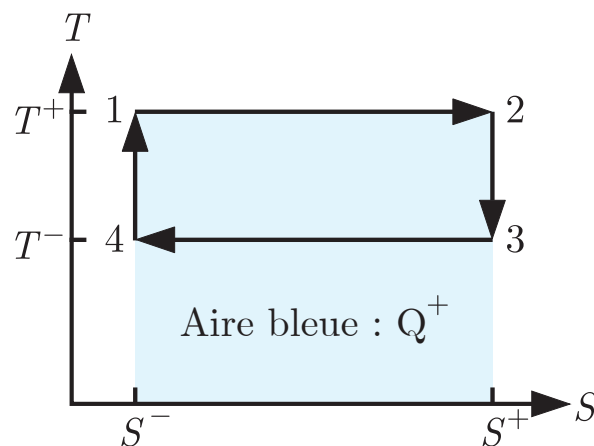
$$Q^+ \equiv Q_{1 \rightarrow 2} = \int_{S_1}^{S_2} T dS = T^+ \int_{S^-}^{S^+} dS = T^+ (S^+ - S^-) > 0 \quad (7.4)$$

- **Compression isotherme** : $3 \rightarrow 4$ à $T = T^- = \text{cste}$

$$Q^- \equiv Q_{3 \rightarrow 4} = \int_{S_3}^{S_4} T dS = T^- \int_{S^+}^{S^-} dS = -T^- (S^+ - S^-) < 0 \quad (7.5)$$

- **Transferts de chaleur** : (7.2) - (7.5) dans (7.1) où $Q_{2 \rightarrow 3} = Q_{4 \rightarrow 1} = 0$

$$Q = Q^+ + Q^- = (T^+ - T^-) (S^+ - S^-) > 0 \quad (7.6)$$



- **Travail** : le travail W effectué sur le gaz durant un cycle correspond à la somme des travaux effectués sur le gaz durant les quatre processus,

$$W = W_{1 \rightarrow 2} + W_{2 \rightarrow 3} + W_{3 \rightarrow 4} + W_{4 \rightarrow 1} \quad (7.7)$$

- ① **Travail effectué sur le système (gaz)** : $W_{i \rightarrow f} > 0$ où $i, f \in \{1, 2, 3, 4\}$
- ② **Travail réalisé sur l'environnement** : $W_{i \rightarrow f} < 0$ où $i, f \in \{1, 2, 3, 4\}$
- **Variation d'énergie interne** : la variation d'énergie interne ΔU durant un cycle correspond à la somme des variations d'énergie interne durant les quatre processus (fonction d'état : $\Delta U_{i \rightarrow f} = U_f - U_i$)

$$\Delta U = \Delta U_{1 \rightarrow 2} + \Delta U_{2 \rightarrow 3} + \Delta U_{3 \rightarrow 4} + \Delta U_{4 \rightarrow 1} = 0 \quad (7.8)$$

Comme l'énergie interne U est une fonction d'état, sa variation durant un cycle est nulle car un cycle est représenté par une courbe fermée dans un diagramme.

- **Travail et chaleur** : premier principe durant un cycle (1.44)

$$\Delta U = W + Q = 0 \quad \text{ainsi} \quad W = -Q \quad (7.9)$$

- **Variation d'entropie** : la variation d'entropie ΔS durant un cycle correspond à la somme des variations d'entropie durant les quatre processus (fonction d'état : $\Delta S_{i \rightarrow f} = S_f - S_i$)

$$\Delta S = \Delta S_{1 \rightarrow 2} + \Delta S_{2 \rightarrow 3} + \Delta S_{3 \rightarrow 4} + \Delta S_{4 \rightarrow 1} = 0 \quad (7.10)$$

Comme l'entropie S est une fonction d'état, sa variation durant un cycle est nulle car un cycle est représenté par une courbe fermée dans un diagramme.

- **Détente et compression adiabatique** :

$$\Delta S_{2 \rightarrow 3} = S_3 - S_2 = S^+ - S^+ = 0 \quad (7.11)$$

$$\Delta S_{4 \rightarrow 1} = S_1 - S_4 = S^- - S^- = 0 \quad (7.12)$$

- **Détente et compression isothermes** :

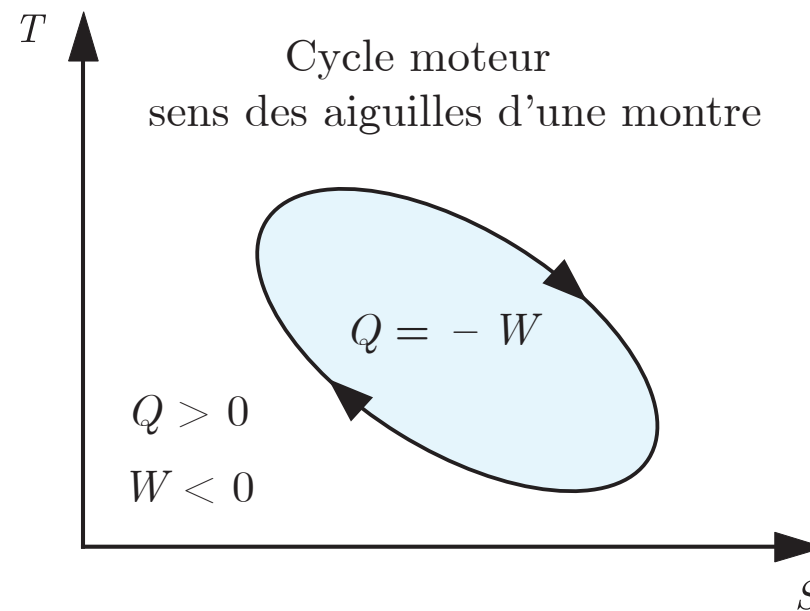
$$\Delta S_{1 \rightarrow 2} = S_2 - S_1 = S^+ - S^- > 0 \quad (7.13)$$

$$\Delta S_{3 \rightarrow 4} = S_4 - S_3 = S^- - S^+ < 0 \quad (7.14)$$

- **Identité** : (7.11) - (7.14) dans (7.10)

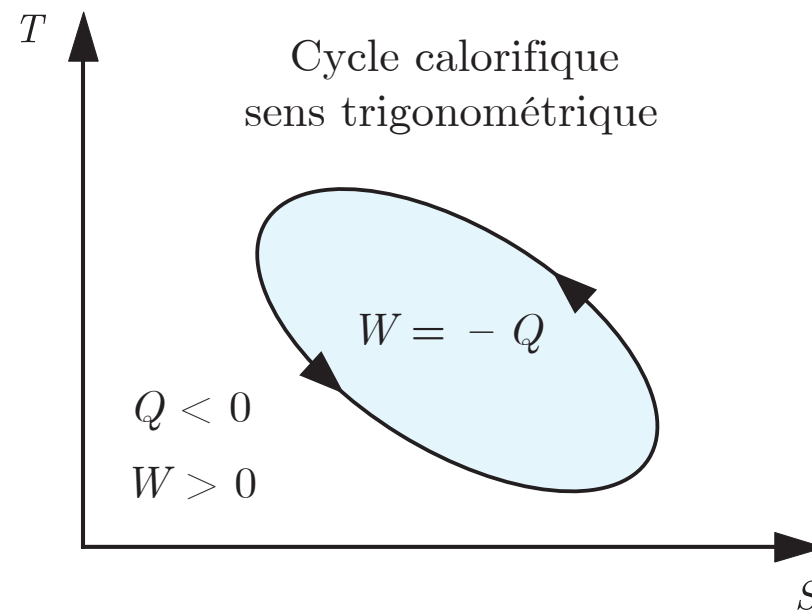
$$\Delta S_{1 \rightarrow 2} = -\Delta S_{3 \rightarrow 4} \quad (7.15)$$

- **Cycle moteur** : la source chaude fournit de la chaleur à un gaz qui en restitue une partie à la source froide et utilise l'autre partie pour réaliser un travail sur l'environnement (moteur).
 - 1 **Diagramme TS** : cycle orienté dans le sens des aiguilles d'une montre
 - 2 **Chaleur** : fournie au gaz par l'environnement : $Q > 0$
 - 3 **Travail** : réalisé par le gaz sur l'environnement : $W < 0$



- **Universalité** : ce comportement est universel et s'applique à tous les cycles moteurs qui sont représentés par une courbe fermée quelconque dans un diagramme TS .

- **Cycle calorifique** : l'environnement effectue un travail sur un gaz qui extrait de la chaleur de la source froide (réfrigérateur) et apporte plus de chaleur à la source chaude (pompe à chaleur).
 - 1 **Diagramme TS** : cycle orienté dans le sens trigonométrique
 - 2 **Chaleur** : restituée par le gaz à l'environnement : $Q < 0$
 - 3 **Travail** : effectué par l'environnement sur le gaz : $W > 0$



- **Universalité** : ce comportement est universel et s'applique à tous les cycles calorifiques qui sont représentés par une courbe fermée quelconque dans un diagramme TS .

7.3 Processus réversibles pour le gaz parfait

- 7.3.1 Processus réversibles
- 7.3.2 Processus adiabatiques réversibles
- 7.3.3 Processus isothermes réversibles
- 7.3.4 Processus isochores réversibles
- 7.3.5 Processus isobares réversibles

- **Système fermé** : N moles de gaz parfait
- **Variation d'énergie interne** : (1.60) et (5.76) processus $i \rightarrow f$

$$\Delta U_{i \rightarrow f} = \int_{U_i}^{U_f} dU = c N R \int_{T_i}^{T_f} dT = c N R (T_f - T_i) \quad (7.16)$$

- **Variation d'enthalpie** : (4.74) et (5.84) donne (7.17) processus $i \rightarrow f$

$$\Delta H_{i \rightarrow f} = \int_{H_i}^{H_f} dH = (c + 1) N R \int_{T_i}^{T_f} dT = (c + 1) N R (T_f - T_i)$$

- **Processus** : variation de volume et de pression
 - 1 **Expansion** : augmentation du volume
 - 2 **Contraction** : diminution du volume
 - 3 **Compression** : augmentation de la pression
 - 4 **Décompression** : diminution de la pression
 - 5 **Détente** : augmentation du volume et diminution de la pression

- **Entropie** : processus adiabatique réversible : $\Sigma_S = 0$ et $I_Q = 0$

$$\dot{S} = \frac{I_Q}{T} + \Sigma_S = 0 \quad \text{ainsi} \quad dS = \dot{S} dt = 0 \quad \text{ainsi} \quad S = \text{cste} \quad (2.29)$$

- **Variation d'entropie** : état initial $i \rightarrow f$ état final (5.91)

$$\Delta S_{i \rightarrow f} = S_f - S_i = 0 \quad (7.18)$$

- **Chaleur** : état initial $i \rightarrow f$ état final (2.41)

$$Q_{i \rightarrow f} = \int_i^f T dS = 0 \quad (7.19)$$

- **Travail** : état initial $i \rightarrow f$ état final (1.65), (7.16) et (7.19)

$$W_{i \rightarrow f} = \Delta U_{i \rightarrow f} - Q_{i \rightarrow f} = \Delta U_{i \rightarrow f} = cNR(T_f - T_i) \quad (7.20)$$

① **Echauffement** :

$$T_f > T_i \quad \text{ainsi} \quad W_{i \rightarrow f} > 0 \quad \text{et} \quad Q_{i \rightarrow f} = 0 \quad \text{et} \quad \Delta S_{i \rightarrow f} = 0$$

② **Refroidissement** :

$$T_f < T_i \quad \text{ainsi} \quad W_{i \rightarrow f} < 0 \quad \text{et} \quad Q_{i \rightarrow f} = 0 \quad \text{et} \quad \Delta S_{i \rightarrow f} = 0$$



- On place un morceau de coton dans un tube métallique cylindrique (briquet) fermé par un piston.
- En appuyant violemment sur le piston du briquet, on provoque une compression adiabatique de l'air dans le briquet.
- La compression adiabatique fait augmenter très rapidement la température de l'air qui devient suffisante pour provoquer la combustion du coton qui est visualisé à travers par une petite vitre.

- **Température** : processus isotherme réversible

$$T = \text{cste} \quad \text{ainsi} \quad dT = 0$$

- **Variation d'énergie interne** : état initial $i \rightarrow f$ état final (7.16)

$$\Delta U_{i \rightarrow f} = c N R \int_{T_i}^{T_f} dT = 0$$

- **Variation d'enthalpie** : état initial $i \rightarrow f$ état final (7.17)

$$\Delta H_{i \rightarrow f} = (c + 1) N R \int_{T_i}^{T_f} dT = 0$$

- **Pression** : gaz parfait

$$p = \frac{N R T}{V} \quad (5.66)$$

- **Relation de Gibbs** : isotherme avec $dU = c N R dT = 0$

$$dS = \frac{dU}{T} + \frac{p dV}{T} = \frac{p dV}{T} \quad (4.1)$$

- **Travail** : état initial $i \rightarrow f$ état final (5.66) dans (2.61)

$$W_{i \rightarrow f} = - \int_i^f p dV = - N R T \int_{V_i}^{V_f} \frac{dV}{V} = - N R T \ln \left(\frac{V_f}{V_i} \right) \quad (7.21)$$

- **Chaleur** : état initial $i \rightarrow f$ état final (7.16) et (7.21) dans (1.65)

$$Q_{i \rightarrow f} = \Delta U_{i \rightarrow f} - W_{i \rightarrow f} = - W_{i \rightarrow f} = N R T \ln \left(\frac{V_f}{V_i} \right) \quad (7.22)$$

- **Variation d'entropie** : état initial $i \rightarrow f$ état final (4.1), (5.66) : (7.24)

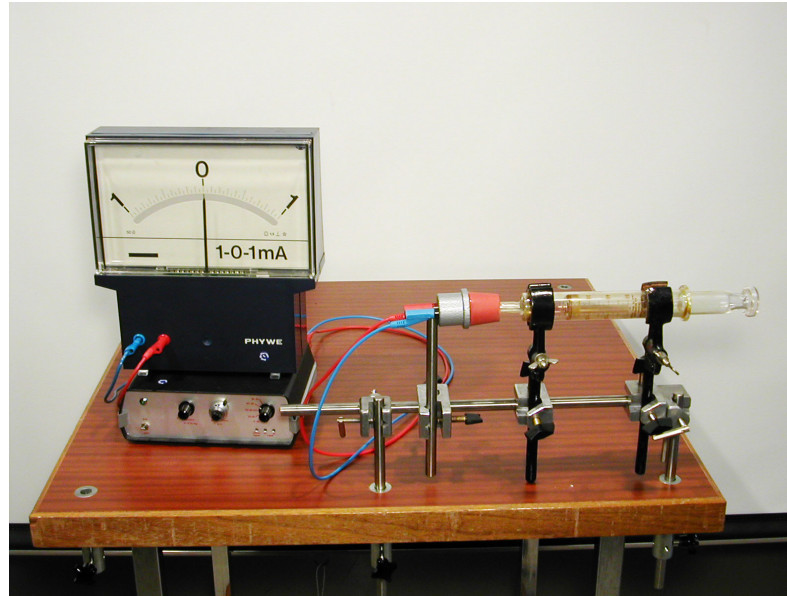
$$\Delta S_{i \rightarrow f} = \int_{S_i}^{S_f} dS = \int_i^f \frac{p dV}{T} = N R \int_{V_i}^{V_f} \frac{dV}{V} = N R \ln \left(\frac{V_f}{V_i} \right)$$

① **Expansion** :

$$V_f > V_i \quad \text{ainsi} \quad W_{i \rightarrow f} < 0 \quad \text{et} \quad Q_{i \rightarrow f} > 0 \quad \text{et} \quad \Delta S_{i \rightarrow f} > 0$$

② **Contraction** :

$$V_f < V_i \quad \text{ainsi} \quad W_{i \rightarrow f} > 0 \quad \text{et} \quad Q_{i \rightarrow f} < 0 \quad \text{et} \quad \Delta S_{i \rightarrow f} < 0$$



- Un cylindre muni d'un thermocouple est rempli d'air et fermé par un piston. La tension du thermocouple indiquée par le voltmètre permet de déterminer la variation de température de l'air par effet Seebeck.
- ❶ Lorsque l'air est comprimé suffisamment rapidement, le transfert de chaleur avec l'atmosphère est négligeable. Ce processus est une compression adiabatique durant laquelle la température augmente.
- ❷ Lorsque l'air est comprimé suffisamment lentement, le transfert de chaleur avec l'atmosphère assure un quasi équilibre thermique permanent. Ce processus est une compression isotherme durant laquelle la température reste constante.

- **Volume et entropie** : processus isochore réversible : (4.1) et (7.16)

$$V = \text{cste} \quad \text{ainsi} \quad dV = 0 \quad \text{ainsi} \quad dS = \frac{dU}{T} = cNR \frac{dT}{T}$$

- **Travail** : état initial $i \rightarrow f$ état final (2.61)

$$W_{i \rightarrow f} = - \int_i^f p dV = 0 \quad (7.25)$$

- **Chaleur** : état initial $i \rightarrow f$ état final (1.65), (7.16) et (7.25)

$$Q_{i \rightarrow f} = \Delta U_{i \rightarrow f} - W_{i \rightarrow f} = \Delta U_{i \rightarrow f} = cNR(T_f - T_i) \quad (7.26)$$

- **Variation d'entropie** : état initial $i \rightarrow f$ état final

$$\Delta S_{i \rightarrow f} = \int_{S_i}^{S_f} dS = cNR \int_{T_i}^{T_f} \frac{dT}{T} = cNR \ln \left(\frac{T_f}{T_i} \right) \quad (7.20)$$

① **Echauffement** :

$$T_f > T_i \quad \text{ainsi} \quad W_{i \rightarrow f} = 0 \quad \text{et} \quad Q_{i \rightarrow f} > 0 \quad \text{et} \quad \Delta S_{i \rightarrow f} > 0$$

② **Refroidissement** :

$$T_f < T_i \quad \text{ainsi} \quad W_{i \rightarrow f} = 0 \quad \text{et} \quad Q_{i \rightarrow f} < 0 \quad \text{et} \quad \Delta S_{i \rightarrow f} < 0$$

- **Pression et entropie** : processus isobare réversible : (4.32) et (5.84)

$$p = \text{cste} \quad \text{ainsi} \quad dp = 0 \quad \text{ainsi} \quad dS = \frac{dH}{T} = (c + 1) NR \frac{dT}{T}$$

- **Travail** : état initial $i \rightarrow f$ état final (2.61) donne (7.29)

$$W_{i \rightarrow f} = - \int_i^f p dV = -p \int_{V_i}^{V_f} dV = -p (V_f - V_i) = -NR (T_f - T_i)$$

- **Chaleur** : état initial $i \rightarrow f$ état final (1.65) ou (4.73)

$$Q_{i \rightarrow f} = \Delta U_{i \rightarrow f} - W_{i \rightarrow f} = \Delta H_{i \rightarrow f} = (c + 1) NR (T_f - T_i) \quad (7.30)$$

- **Variation d'entropie** : état initial $i \rightarrow f$ état final : (7.33)

$$\Delta S_{i \rightarrow f} = \int_{S_i}^{S_f} dS = (c + 1) NR \int_{T_i}^{T_f} \frac{dT}{T} = (c + 1) NR \ln \left(\frac{T_f}{T_i} \right)$$

① **Echauffement** :

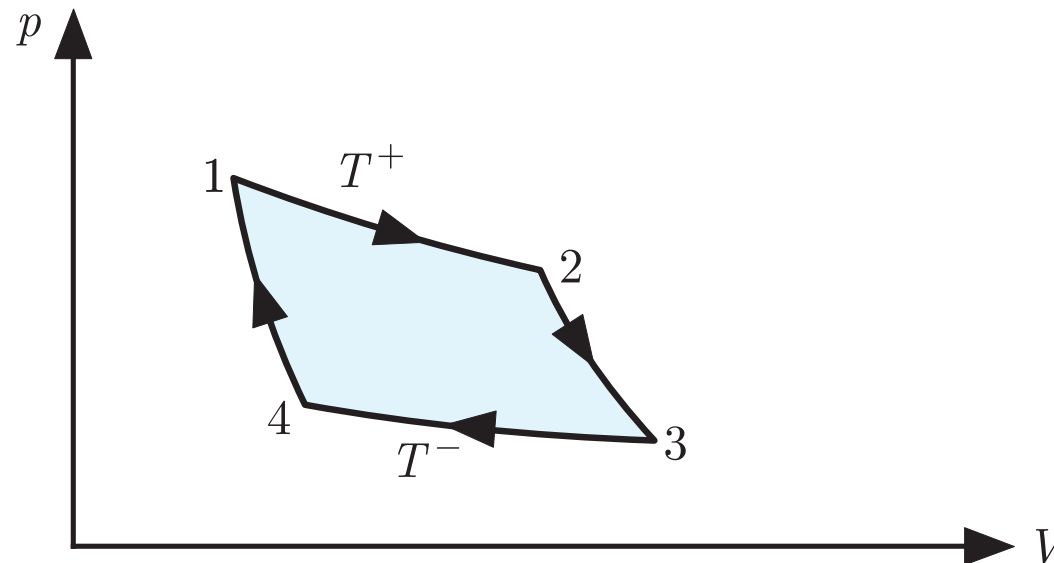
$$T_f > T_i \quad \text{ainsi} \quad W_{i \rightarrow f} < 0 \quad \text{et} \quad Q_{i \rightarrow f} > 0 \quad \text{et} \quad \Delta S_{i \rightarrow f} > 0$$

② **Refroidissement** :

$$T_f < T_i \quad \text{ainsi} \quad W_{i \rightarrow f} > 0 \quad \text{et} \quad Q_{i \rightarrow f} < 0 \quad \text{et} \quad \Delta S_{i \rightarrow f} < 0$$

7.4 Cycle de Carnot pour le gaz parfait

- 7.4.1 Diagramme pV
- 7.4.2 Variations d'énergie interne et d'enthalpie
- 7.4.3 Travail
- 7.4.4 Chaleur
- 7.4.5 Variations d'entropie
- 7.4.6 Cycle moteur - diagramme pV
- 7.4.7 Cycle calorifique - diagramme pV
- 7.4.8 Cycles moteur et calorifique
- 7.4.9 Postulat de Kelvin - cycle moteur
- 7.4.10 Postulat de Clausius - cycle calorifique



- **Pente** : les processus adiabatiques ont une pente plus raide que les processus isothermes sur un diagramme (p, V)

- **Rapport des pentes** : processus adiabatiques et isothermes : (7.34)

$$\left(\frac{\partial p(V, S)}{\partial V} \right) \left(\frac{\partial p(V, T)}{\partial V} \right)^{-1} = \left(-\frac{1}{V} \frac{\partial V(p, T)}{\partial p} \right) \left(-\frac{1}{V} \frac{\partial V(p, S)}{\partial p} \right)^{-1}$$

- **Rapport des pentes** : (7.34), χ_T , χ_S , γ et relation de Reech (5.53)

$$\left(\frac{\partial p(V, S)}{\partial V} \right) \left(\frac{\partial p(V, T)}{\partial V} \right)^{-1} = \frac{\chi_T}{\chi_S} = \frac{C_p}{C_V} = \gamma > 1 \quad (7.35)$$

- **Variations d'énergie interne** : processus isothermes (7.16)

$$\Delta U_{1 \rightarrow 2} = \Delta U_{3 \rightarrow 4} = 0 \quad (7.36)$$

- **Variations d'énergie interne** : processus adiabatiques (7.16)

$$\begin{aligned} \Delta U_{2 \rightarrow 3} &= cNR(T_3 - T_2) = -cNR(T^+ - T^-) < 0 \\ \Delta U_{4 \rightarrow 1} &= cNR(T_1 - T_4) = cNR(T^+ - T^-) > 0 \end{aligned} \quad (7.37)$$

- **Variations d'enthalpie** : processus isothermes (7.17)

$$\Delta H_{1 \rightarrow 2} = \Delta H_{3 \rightarrow 4} = 0 \quad (7.38)$$

- **Variations d'enthalpie** : processus adiabatiques (7.17)

$$\begin{aligned} \Delta H_{2 \rightarrow 3} &= (c+1)NR(T_3 - T_2) = -(c+1)NR(T^+ - T^-) < 0 \\ \Delta H_{4 \rightarrow 1} &= (c+1)NR(T_1 - T_4) = (c+1)NR(T^+ - T^-) > 0 \end{aligned} \quad (7.39)$$

- **Processus adiabatique :**

$$T_f V_f^{\gamma-1} = T_i V_i^{\gamma-1} \quad (7.40)$$

- **Identité :** (7.40) avec $T_1 = T_2 = T^+$ et $T_3 = T_4 = T^-$

$$\frac{T_3 V_3^{\gamma-1}}{T_4 V_4^{\gamma-1}} = \frac{T_2 V_2^{\gamma-1}}{T_1 V_1^{\gamma-1}} \quad \text{ainsi} \quad \frac{T^- V_3^{\gamma-1}}{T^- V_4^{\gamma-1}} = \frac{T^+ V_2^{\gamma-1}}{T^+ V_1^{\gamma-1}} \quad (7.41)$$

- **Processus adiabatique :** rapport des volumes

$$\frac{V_3}{V_4} = \frac{V_2}{V_1} \quad (7.42)$$

- **Travail :** processus isothermes (7.15)

$$W_{1 \rightarrow 2} = -NR T^+ \ln \left(\frac{V_2}{V_1} \right) < 0$$

$$W_{3 \rightarrow 4} = -NR T^- \ln \left(\frac{V_4}{V_3} \right) = NR T^- \ln \left(\frac{V_2}{V_1} \right) > 0 \quad (7.43)$$

- **Travail** : processus isothermes (7.15)

$$W_{1 \rightarrow 2} = -NR T^+ \ln \left(\frac{V_2}{V_1} \right) < 0$$

$$W_{3 \rightarrow 4} = -NR T^- \ln \left(\frac{V_4}{V_3} \right) = NR T^- \ln \left(\frac{V_2}{V_1} \right) > 0 \quad (7.43)$$

- **Travail** : processus adiabatiques (7.20) : $Q_{2 \rightarrow 3} = Q_{4 \rightarrow 1} = 0$

$$W_{2 \rightarrow 3} = \Delta U_{2 \rightarrow 3} = cNR (T_3 - T_2) = -cNR (T^+ - T^-) < 0$$

$$W_{4 \rightarrow 1} = \Delta U_{4 \rightarrow 1} = cNR (T_1 - T_4) = cNR (T^+ - T^-) > 0 \quad (7.44)$$

- **Travail** : durant un cycle (7.43) et (7.44) dans (7.7) donne (7.45)

$$W = W_{1 \rightarrow 2} + W_{2 \rightarrow 3} + W_{3 \rightarrow 4} + W_{4 \rightarrow 1} = -NR (T^+ - T^-) \ln \left(\frac{V_2}{V_1} \right) < 0$$

- **Processus adiabatiques** : rapport des volumes

$$\frac{V_3}{V_4} = \frac{V_2}{V_1} \quad (7.42)$$

- **Chaleur** : processus isothermes (7.22) et (7.43) : $\Delta U_{1 \rightarrow 2} = \Delta U_{3 \rightarrow 4} = 0$

$$Q^+ \equiv Q_{1 \rightarrow 2} = -W_{1 \rightarrow 2} = NR T^+ \ln \left(\frac{V_2}{V_1} \right) > 0 \quad (7.46)$$

$$Q^- \equiv Q_{3 \rightarrow 4} = -W_{3 \rightarrow 4} = -NR T^- \ln \left(\frac{V_3}{V_4} \right) = -NR T^- \ln \left(\frac{V_2}{V_1} \right) < 0$$

- **Chaleur** : processus adiabatiques (7.19)

$$Q_{2 \rightarrow 3} = Q_{4 \rightarrow 1} = 0 \quad (7.47)$$

- **Chaleur** : durant un cycle (7.46) et (7.47) dans (7.1)

$$Q = Q^+ + Q^- = NR (T^+ - T^-) \ln \left(\frac{V_2}{V_1} \right) > 0 \quad (7.48)$$

- **Processus adiabatiques** : rapport des volumes

$$\frac{V_3}{V_4} = \frac{V_2}{V_1} \quad (7.42)$$

- **Variations d'entropie** : processus isothermes (7.24) et (7.42)

$$\Delta S_{1 \rightarrow 2} = NR \ln \left(\frac{V_2}{V_1} \right) > 0 \quad (7.49)$$

$$\Delta S_{3 \rightarrow 4} = -NR \ln \left(\frac{V_3}{V_4} \right) = -NR \ln \left(\frac{V_2}{V_1} \right) < 0$$

- **Variations d'entropie** : processus adiabatiques (7.18)

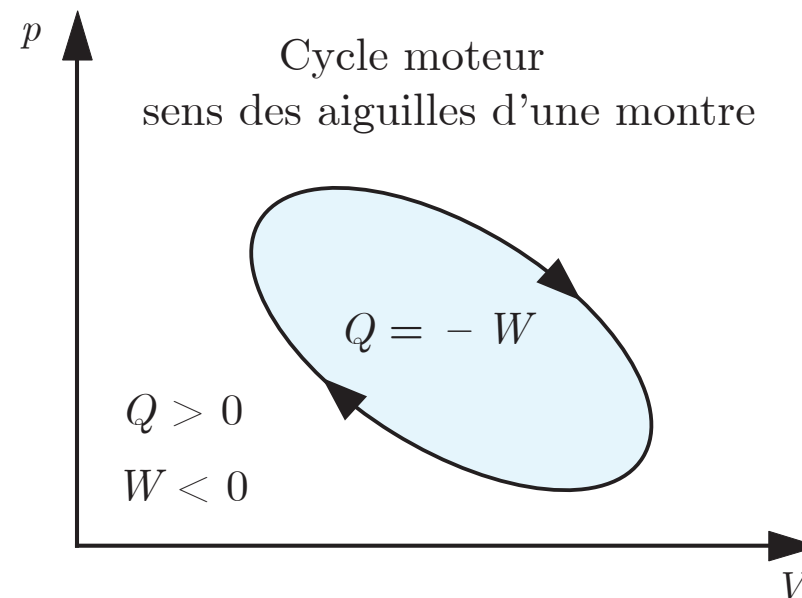
$$\Delta S_{2 \rightarrow 3} = \Delta S_{4 \rightarrow 1} = 0 \quad (7.50)$$

- **Variation d'entropie** : durant un cycle (7.49) et (7.50)

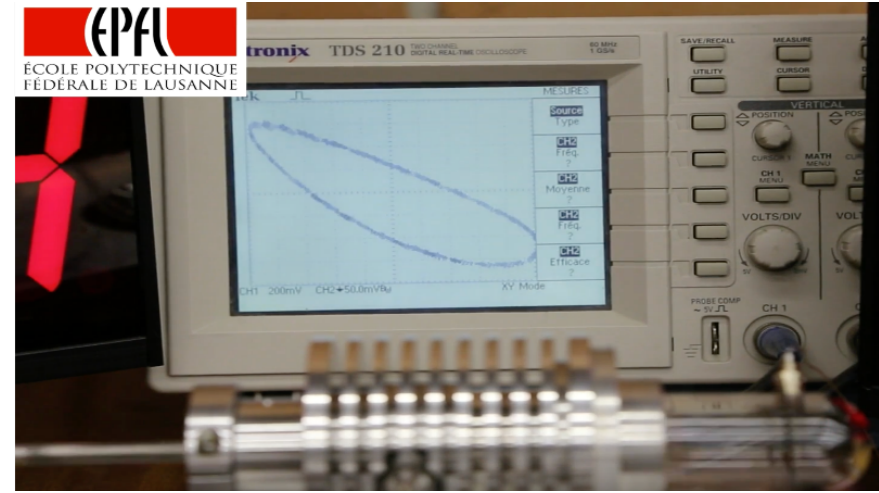
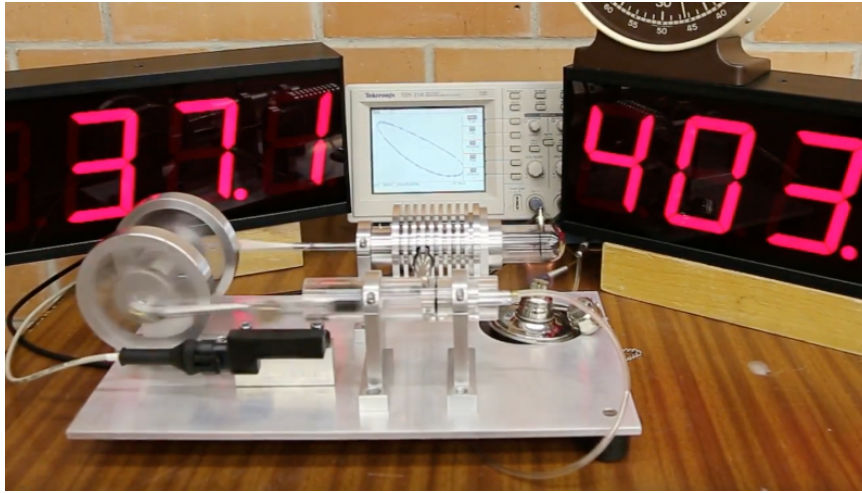
$$\Delta S = \Delta S_{1 \rightarrow 2} + \Delta S_{3 \rightarrow 4} = 0 \quad (7.10)$$

car l'entropie S est une fonction d'état.

- **Cycle moteur** : la source chaude fournit de la chaleur à un gaz qui en restitue une partie à la source froide et utilise l'autre partie pour réaliser un travail sur l'environnement (moteur).
 - 1 **Diagramme pV** : cycle orienté dans le sens des aiguilles d'une montre
 - 2 **Chaleur** : fournie au gaz par l'environnement : $Q > 0$
 - 3 **Travail** : réalisé par le gaz sur l'environnement : $W < 0$

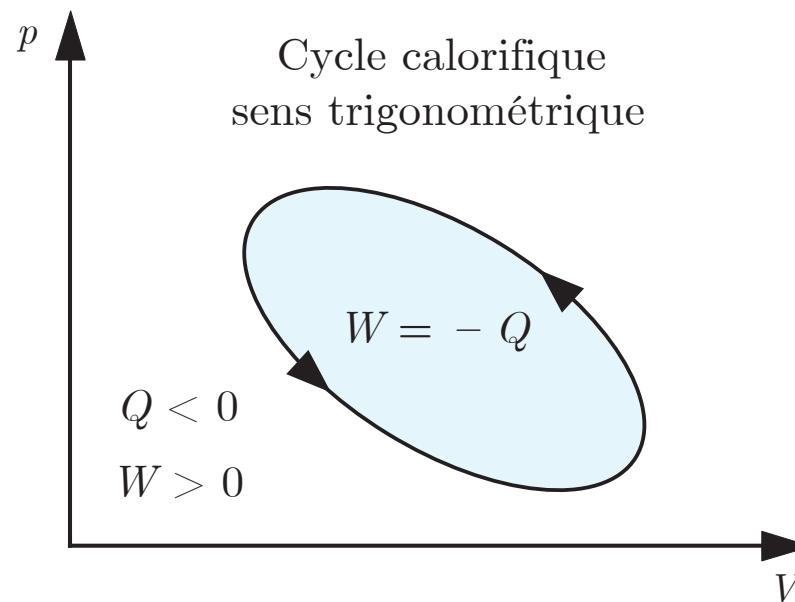


- **Universalité** : ce comportement est universel et s'applique à tous les cycles moteurs qui sont représentés par une courbe fermée quelconque dans un diagramme pV .

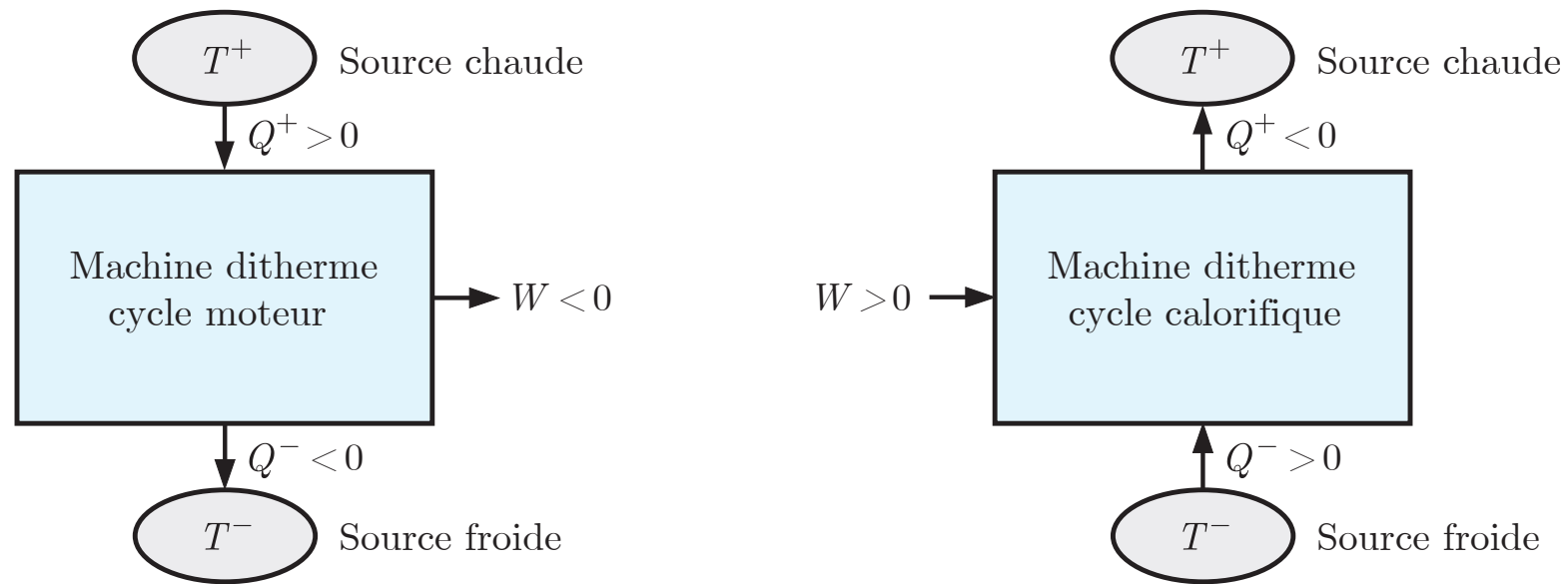


- Le moteur de Stirling est une machine ditherme constituée d'une source chaude, la flamme, et d'une source froide, l'extrémité opposée du cylindre.
- Le cycle moteur théorique de Stirling est représenté par deux processus isothermes et de deux processus isochores dans le diagramme pV . Les transitions entre les processus sont abrupts (points anguleux). Le cycle est orienté dans le sens des aiguilles d'une montre.
- Le cycle moteur réel de Stirling est représenté par une courbe fermée dans le diagramme pV . Les transitions entre les processus sont continus. La courbe est orientée dans le sens des aiguilles d'une montre.

- **Cycle calorifique** : l'environnement effectue un travail sur un gaz qui extrait de la chaleur de la source froide (réfrigérateur) et apporte plus de chaleur à la source chaude (pompe à chaleur).
- ① **Diagramme pV** : cycle orienté dans le sens trigonométrique
- ② **Chaleur** : restituée par le gaz à l'environnement : $Q < 0$
- ③ **Travail** : effectué par l'environnement sur le gaz : $W > 0$



- **Universalité** : ce comportement est universel et s'applique à tous les cycles calorifiques qui sont représentés par une courbe fermée quelconque dans un diagramme pV .

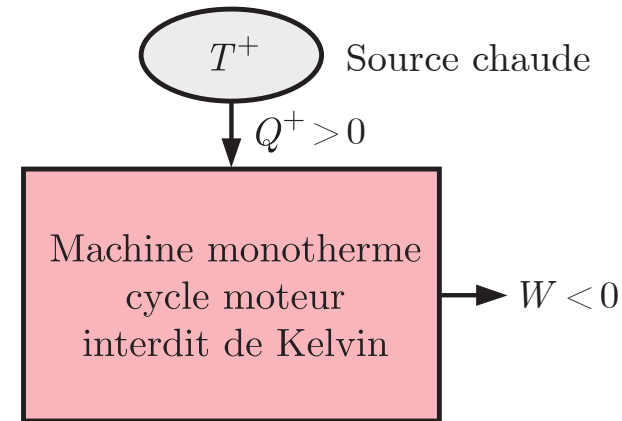
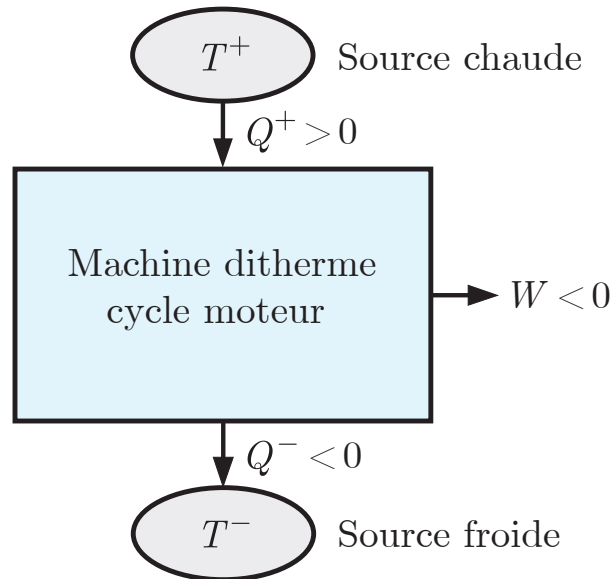


- **Cycle moteur :**

- ① **Chaleur fournie :** source chaude : $Q^+ > 0$
- ② **Chaleur restituée :** source froide : $Q^- < 0$
- ③ **Travail :** réalisé sur l'environnement : $W < 0$

- **Cycle calorifique :**

- ① **Chaleur fournie :** source froide : $Q^- > 0$
- ② **Chaleur restituée :** source chaude : $Q^+ < 0$
- ③ **Travail :** effectué sur le gaz : $W > 0$



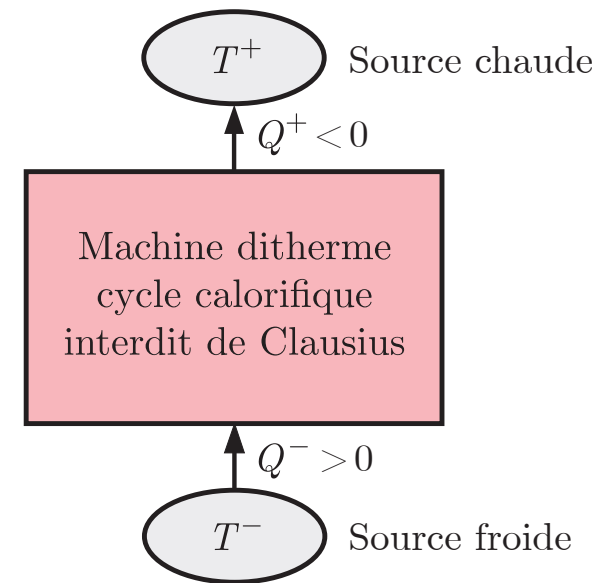
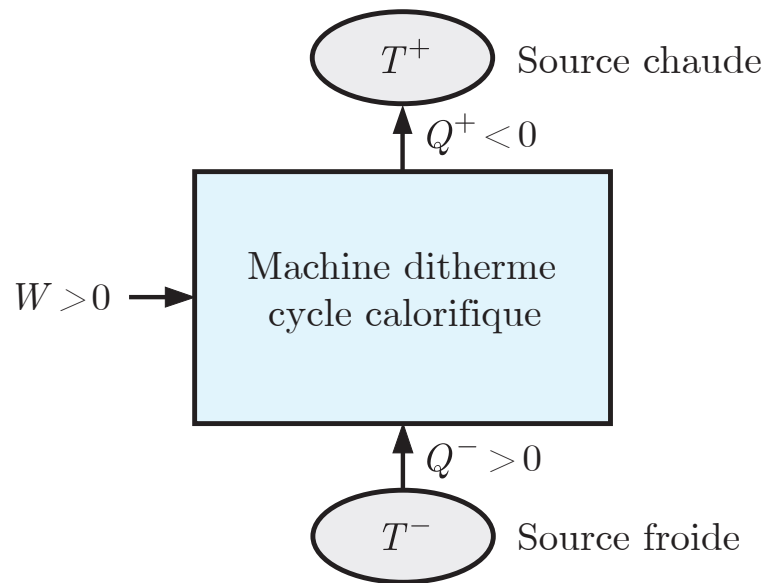
- **Variation d'entropie** : cycle moteur de Carnot (7.4) - (7.14) : (7.51)

$$\Delta S = \Delta S_{1 \rightarrow 2} + \Delta S_{3 \rightarrow 4} = (S^+ - S^-) + (S^- - S^+) = \frac{Q^+}{T^+} + \frac{Q^-}{T^-} = 0$$

- **Chaleur restituée** : source froide

$$Q^- = -\frac{T^-}{T^+} Q^+ < 0 \quad \text{où} \quad Q^+ > 0 \quad (7.52)$$

Une machine monotherme qui extrait de la chaleur d'une source chaude pour réaliser un travail sur l'environnement est impossible.



- **Chaleur fournie** : source froide (7.51)

$$Q^- = -\frac{T^-}{T^+} Q^+ > 0 \quad \text{où} \quad Q^+ < 0 \quad (7.53)$$

- **Premier principe** : cycle calorifique de Carnot (7.9)

$$W = -Q = -Q^+ - Q^- = -\left(1 - \frac{T^-}{T^+}\right) Q^+ > 0 \quad (7.54)$$

Une machine ditherme qui extrait de la chaleur d'une source froide et restitue de la chaleur à une source chaude sans qu'un travail soit effectué par l'environnement est impossible.

7.5 Rendement et efficacités

- 7.5.1 Rendement - moteur
- 7.5.2 Efficacité de chauffage - pompe à chaleur
- 7.5.3 Efficacité de refroidissement - réfrigérateur
- 7.5.4 Rendement du cycle moteur de Carnot
- 7.5.5 Efficacités du cycle calorifique de Carnot

- **Rendement** : le rendement d'une machine ditherme fonctionnant selon un cycle moteur est défini comme le rapport du processus sortant et du processus entrant dans la machine.

$$\eta = - \frac{W}{Q^+} \quad (7.55)$$

- ❶ **Processus entrant** : chaleur $Q^+ > 0$ extraite de la source chaude à température T^+
 - ❷ **Processus sortant** : travail $W < 0$ réalisé sur l'environnement
- **Rendement** : (7.9) : $W = -Q$ dans (7.55)

$$\eta = \frac{Q}{Q^+} \quad (7.56)$$

- La chaleur $Q > 0$ fournie au gaz est inférieure à la chaleur $Q^+ > 0$ extraite de la source chaude.

$$0 < Q < Q^+ \quad \text{ainsi} \quad 0 < \eta < 1$$

- **Efficacité de chauffage** : l'efficacité de chauffage d'une pompe à chaleur ditherme fonctionnant selon un cycle calorifique est définie comme le rapport du processus sortant et du processus entrant dans la pompe à chaleur.

$$\varepsilon^+ = - \frac{Q^+}{W} \quad (7.57)$$

- ① **Processus entrant** : travail $W > 0$ effectué sur le gaz
- ② **Processus sortant** : chaleur $Q^+ < 0$ restituée à la source chaude à température T^+
- **Efficacité de chauffage** : (7.9) : $W = -Q$ dans (7.57)

$$\varepsilon^+ = \frac{Q^+}{Q} = \frac{1}{\eta} \quad (7.58)$$

- Le rendement η est inférieur à 1.

$$0 < \eta < 1 \quad \text{ainsi} \quad \varepsilon^+ > 1$$

- **Efficacité de refroidissement** : l'efficacité de refroidissement d'un réfrigérateur ditherme fonctionnant selon un cycle calorifique est définie comme le rapport du processus sortant et du processus entrant dans le réfrigérateur.

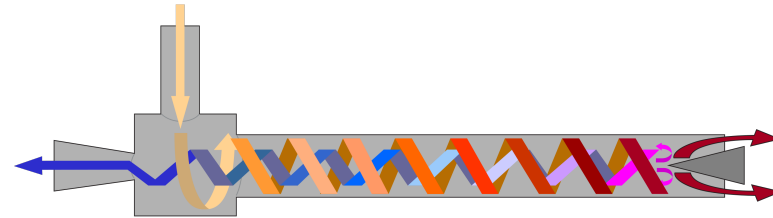
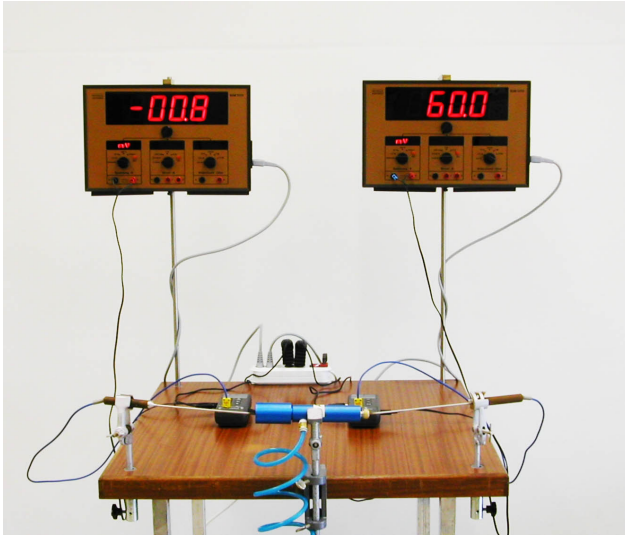
$$\varepsilon^{-} = \frac{Q^{-}}{W} \quad (7.59)$$

- 1 **Processus entrant** : travail $W > 0$ effectué sur le gaz
- 2 **Processus sortant** : chaleur $Q^{-} > 0$ extraite de la source froide à température T^{-}

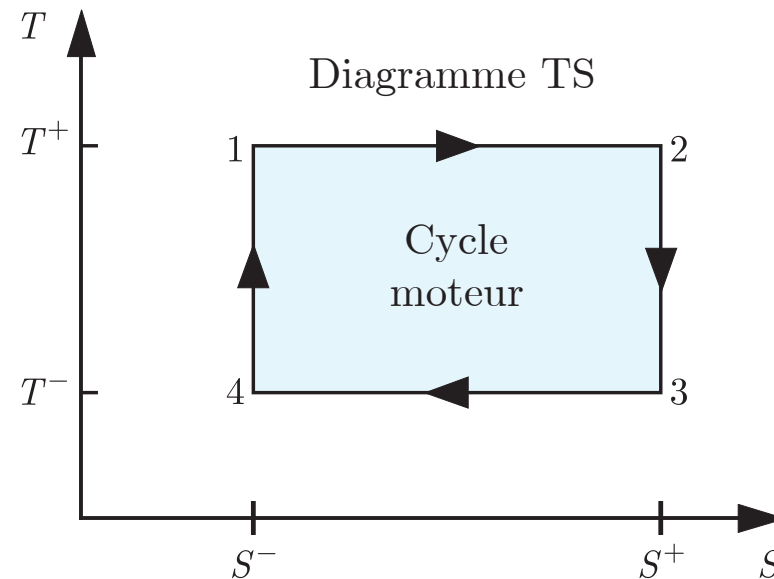
$$\varepsilon^{-} > 0 \quad (7.59)$$

- **Efficacité de refroidissement** : (7.56) dans (7.59)

$$\varepsilon^{-} = -\frac{Q^{-}}{Q} = -\frac{Q - Q^{+}}{Q} = \frac{1 - \frac{Q}{Q^{+}}}{\frac{Q}{Q^{+}}} = \frac{1 - \eta}{\eta} \quad (7.60)$$



- Le tube de Ranque-Hilsch est un dispositif sans partie mobile qui permet de séparer un flux entrant d'air sous pression en un flux sortant chaud à droite et un flux sortant froid à gauche.
- L'écoulement du flux d'air comprimé donne lieu à un vortex dans le tube qui se transmet partiellement et se réfléchit partiellement à droite en séparant les deux flux.
- Le travail $W > 0$ effectué sur l'air permet d'extraire de la chaleur de la source froide $Q^- > 0$ (réfrigérateur à gauche) et de fournir de la chaleur à la source chaude $Q^+ < 0$ (pompe à chaleur à droite).



- **Transferts de chaleur :**

- ① **Chaleur** : fournie par la source chaude à température T^+

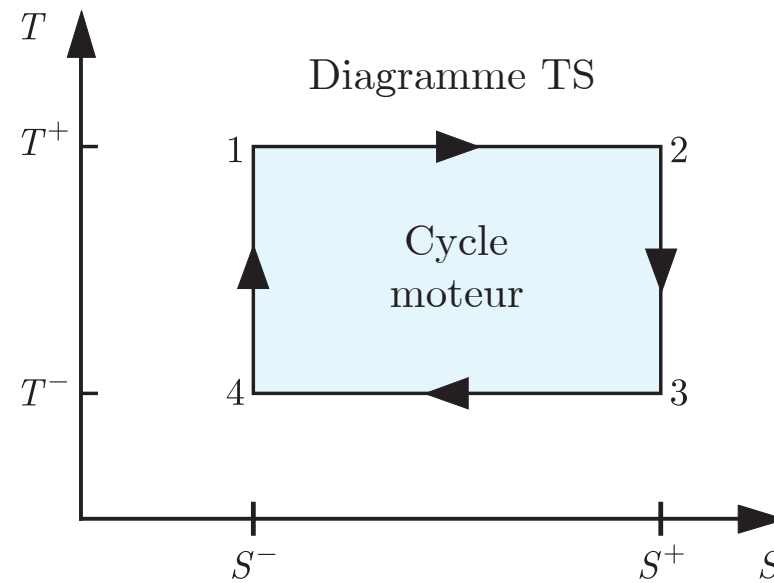
$$Q^+ \equiv Q_{1 \rightarrow 2} = T^+ (S_2 - S_1) = T^+ (S^+ - S^-) > 0$$

- ② **Chaleur** : restituée à la source froide à température T^-

$$Q^- \equiv Q_{3 \rightarrow 4} = T^- (S_4 - S_3) = -T^- (S^+ - S^-) < 0 \quad (7.61)$$

- ③ **Chaleur** : fournie au gaz durant un cycle

$$Q = Q^+ + Q^- = (T^+ - T^-) (S^+ - S^-) > 0$$

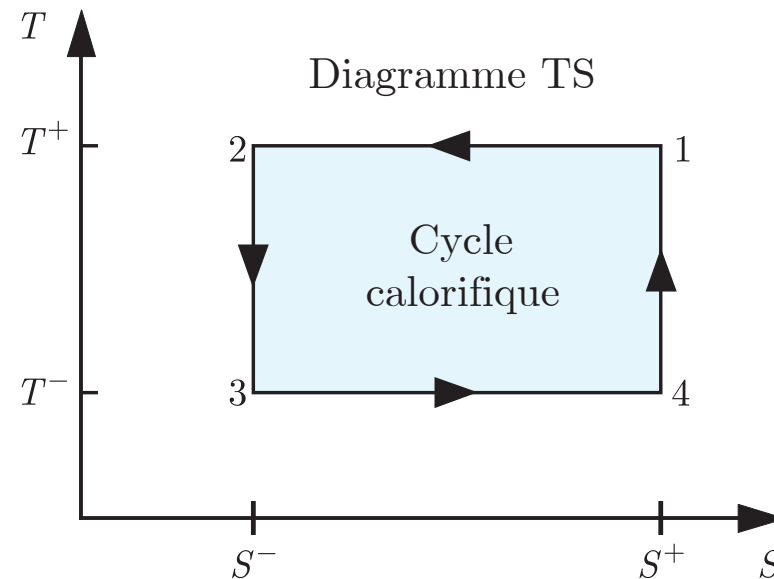


- **Rendement :** (7.61) dans (7.56)

$$\eta_C = -\frac{W}{Q^+} = \frac{Q}{Q^+} = \frac{(T^+ - T^-)(S^+ - S^-)}{T^+(S^+ - S^-)} \quad (7.62)$$

- **Rendement :** (7.62) remis en forme

$$\eta_C = 1 - \frac{T^-}{T^+} < 1 \quad (7.63)$$



- **Transferts de chaleur :**

- ① **Chaleur** : restituée à la source chaude à température T^+

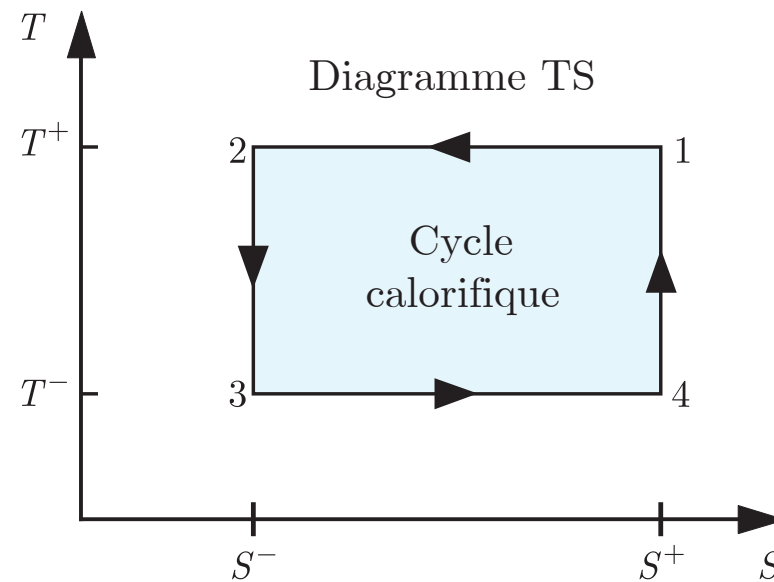
$$Q^+ \equiv Q_{1 \rightarrow 2} = T^+ (S_2 - S_1) = -T^+ (S^+ - S^-) < 0$$

- ② **Chaleur** : extraite de la source froide à température T^-

$$Q^- \equiv Q_{3 \rightarrow 4} = T^- (S_4 - S_3) = T^- (S^+ - S^-) > 0 \quad (7.64)$$

- ③ **Chaleur** : restituée par le gaz durant un cycle

$$Q = Q^+ + Q^- = - (T^+ - T^-) (S^+ - S^-) < 0$$



- **Efficacité de chauffage :** (7.64) dans (7.58)

$$\varepsilon_C^+ = \frac{1}{\eta_C} = \frac{T^+}{T^+ - T^-} > 1 \quad (7.65)$$

- **Efficacité de refroidissement :** (7.64) dans (7.60)

$$\varepsilon_C^- = \frac{1 - \eta_C}{\eta_C} = \frac{T^-}{T^+ - T^-} > 0 \quad (7.66)$$

7.6 Cycle de Carnot endoréversible

7.6.1 Cycle endoréversible

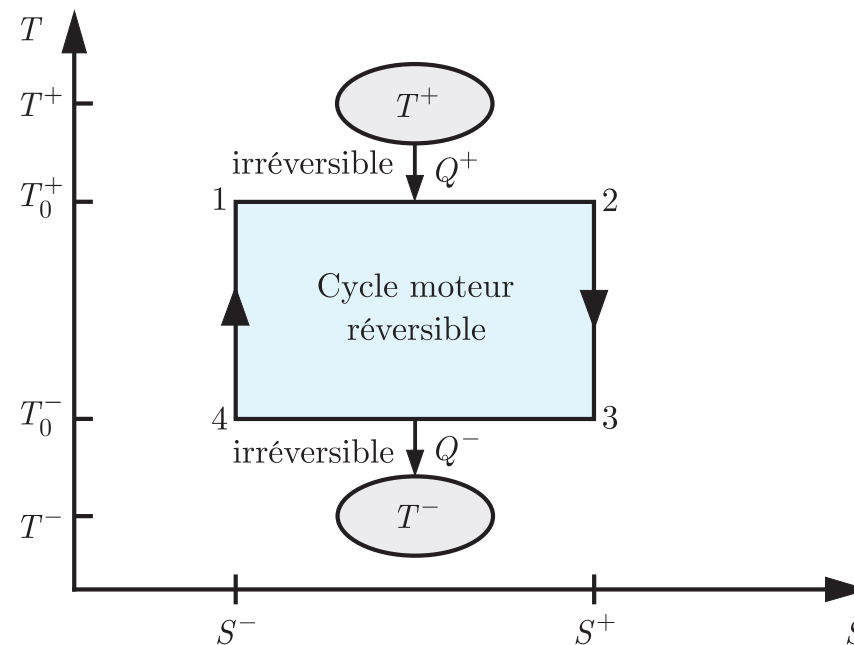
7.6.2 Cycle moteur

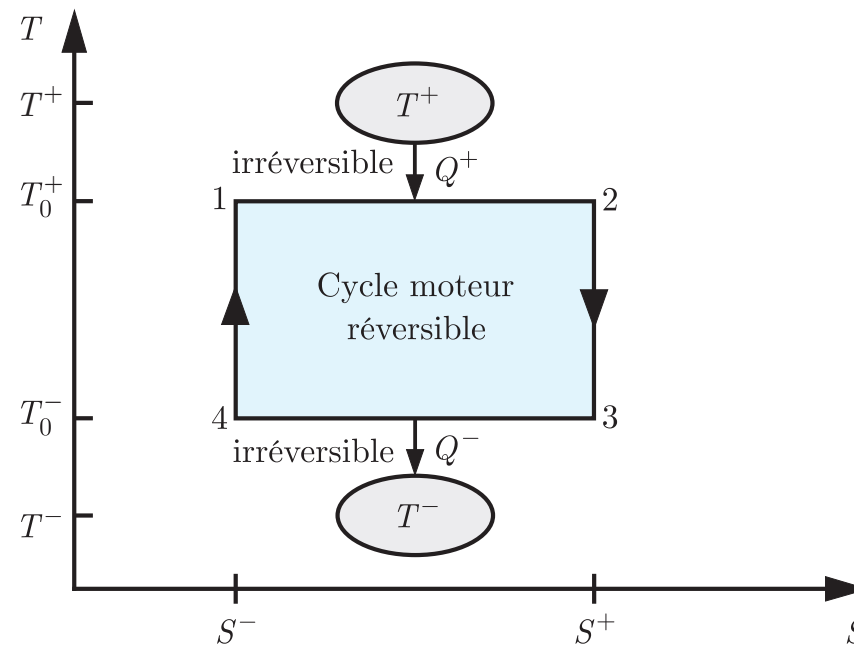
7.6.3 Rendement maximal

- **Cycle de Carnot endoréversible** : cycle moteur de Carnot irréversible

- ① **Cycle moteur de Carnot interne réversible** :
- ② **Transfert irréversible de chaleur** : Q^+ entre le gaz à température maximale T_0^+ et la source chaude à température T^+
- ③ **Transfert irréversible de chaleur** : Q^- entre le gaz à température minimale T_0^- et la source froide à température T^-

$$T^- < T_0^- < T_0^+ < T^+ \quad (7.67)$$





- ❶ **Transfert irréversible de chaleur** : à la source chaude à température T^+ durant un intervalle de temps Δt^+ : loi de Fourier discrète (3.22)

$$Q^+ = \int_0^{\Delta t^+} I_Q^+ dt = I_Q^+ \Delta t^+ = \kappa \frac{A}{\ell} (T^+ - T_0^+) \Delta t^+ > 0 \quad (7.68)$$

- ❷ **Transfert irréversible de chaleur** : à la source froide à température T^- durant un intervalle de temps Δt^- : loi de Fourier discrète (3.22)

$$Q^- = \int_0^{\Delta t^-} I_Q^- dt = I_Q^- \Delta t^- = \kappa \frac{A}{\ell} (T^- - T_0^-) \Delta t^- < 0 \quad (7.68)$$

- **Durée du cycle** : la durée des processus adiabatiques est beaucoup plus courte que celle des processus isothermes et peut être négligée :

$$\Delta t = \Delta t^+ + \Delta t^- = \frac{\ell}{\kappa A} \left(\frac{Q^+}{T^+ - T_0^+} + \frac{Q^-}{T^- - T_0^-} \right) \quad (7.69)$$

- **Rendement et efficacité** : cycle de Carnot réversible

$$\eta_C = \frac{T_0^+ - T_0^-}{T_0^+} = -\frac{W}{Q^+} \quad \text{et} \quad \varepsilon_C^- = \frac{T_0^-}{T_0^+ - T_0^-} = \frac{Q^-}{W} \quad (7.70)$$

- **Durée du cycle** : où $W < 0$ cycle moteur (7.53) dans (7.52) : (7.71)

$$\Delta t = -\frac{\ell W}{\kappa A} \left(\frac{T_0^+}{(T^+ - T_0^+)(T_0^+ - T_0^-)} + \frac{T_0^-}{(T_0^+ - T_0^-)(T_0^- - T^-)} \right)$$

- **Puissance mécanique** : par cycle (valeur absolue)

$$|P_W| = -\frac{W}{\Delta t} = \kappa \frac{A}{\ell} \frac{(T_0^+ - T_0^-)(T^+ - T_0^+)(T_0^- - T^-)}{T^+ T_0^- - T^- T_0^+} \quad (7.72)$$

- Le cycle de Carnot endoréversible a un rendement maximal pour des températures T_0^+ et T_0^- qui maximisent la puissance mécanique $|P_W|$ avec des sources de chaleur à températures T^+ et T^- fixées.
- Rendement maximal** : optimisation de la puissance mécanique (7.72)

$$\frac{d|P_W|}{dT_0^+} = 0 \quad \text{et} \quad \frac{d|P_W|}{dT_0^-} = 0 \quad (7.73)$$

- Températures optimales** : solutions des équations

$$T_0^+ = \frac{T^+}{2} \left(1 + \sqrt{\frac{T^-}{T^+}} \right) \quad \text{et} \quad T_0^- = \frac{T^-}{2} \left(1 + \sqrt{\frac{T^+}{T^-}} \right) \quad (7.74)$$

- Cycle interne réversible** : entropie constante durant un cycle (7.50)

$$\Delta S = \Delta S_{1 \rightarrow 2} + \Delta S_{3 \rightarrow 4} = \frac{Q^+}{T_0^+} + \frac{Q^-}{T_0^-} = 0 \quad (7.75)$$

- Rapport des transferts de chaleur** : (7.75)

$$\frac{Q^-}{Q^+} = - \frac{T_0^-}{T_0^+} \quad (7.76)$$

- **Rapport des températures optimales :** (7.74) dans (7.76)

$$\frac{T_0^-}{T_0^+} = \frac{T^-}{T^+} \left(\frac{1 + \sqrt{\frac{T^+}{T^-}}}{1 + \sqrt{\frac{T^-}{T^+}}} \right) = \sqrt{\frac{T^-}{T^+}} \quad (7.77)$$

- **Rendement maximal :** (7.76), (7.77) dans (7.56) où $Q = Q^+ + Q^-$

$$\eta_{EC} = -\frac{W}{Q^+} = \frac{Q}{Q^+} = 1 + \frac{Q^-}{Q^+} = 1 - \frac{T_0^-}{T_0^+} = 1 - \sqrt{\frac{T^-}{T^+}} \quad (7.78)$$

- **Rendements :** le cycle de Carnot endoréversible a un rendement η_{EC} toujours inférieur au rendement η_C du cycle de Carnot réversible.

$$\eta_{EC} = 1 - \sqrt{\frac{T^-}{T^+}} < 1 - \frac{T^-}{T^+} = \eta_C \quad \text{car} \quad T^- < T^+$$

- **Exemple :** centrale nucléaire : $T^+ = 300^\circ\text{C}$ et $T^- = 20^\circ\text{C}$

$$\eta_{\text{mesuré}} \sim 0.3 \quad \text{et} \quad \eta_C = 0.49 \quad \text{et} \quad \eta_{EC} = 0.28$$

7.7 Théorème de Carnot

7.7.1 Théorème de Carnot

Le rendement η d'une machine ditherme quelconque opérant entre une source froide à température T^- et une source chaude à température T^+ est inférieur ou égal au rendement η_C du cycle de Carnot réversible.

$$\eta \leq \eta_C = 1 - \frac{T^-}{T^+} \quad (7.79)$$

- **Fonction d'état** : comme l'entropie S est une fonction d'état, elle ne dépend pas du processus, mais uniquement de l'état initial et de l'état final. Ainsi, les variations d'entropie $\Delta S_{i \rightarrow f}$ durant les processus $i \rightarrow f$ qui ne sont pas isothermes ou adiabatiques peuvent toujours être exprimées de manière équivalente en termes des variations d'entropie d'un processus isotherme à la température T^+ de la source chaude ou à la température de T^- de la source froide et d'un processus adiabatique entre ces deux sources de chaleur.
- **Démarche** : les cycles réversibles peuvent être décomposés en cycle de Carnot réversibles équivalents et les cycles irréversibles peuvent être décomposés en cycle de Carnot endoréversibles équivalents ("quadrature" thermodynamique).

1 Cycle ditherme réversible :

- **Variation d'entropie** : par cycle (7.51) : cycle de Carnot réversible

$$\Delta S = \frac{Q^+}{T^+} + \frac{Q^-}{T^-} = 0 \quad (\text{réversible}) \quad (7.81)$$

- **Rendement** : (7.56)

$$\eta = \eta_C = -\frac{W}{Q^+} = \frac{Q^-}{Q^+} = 1 + \frac{Q^-}{Q^+} = 1 - \frac{T^-}{T^+} \quad (\text{réversible}) \quad (7.82)$$

2 Cycle ditherme irréversible : cycle endoréversible

- **Variation d'entropie** : par cycle (7.75) : cycle de Carnot endoréversible

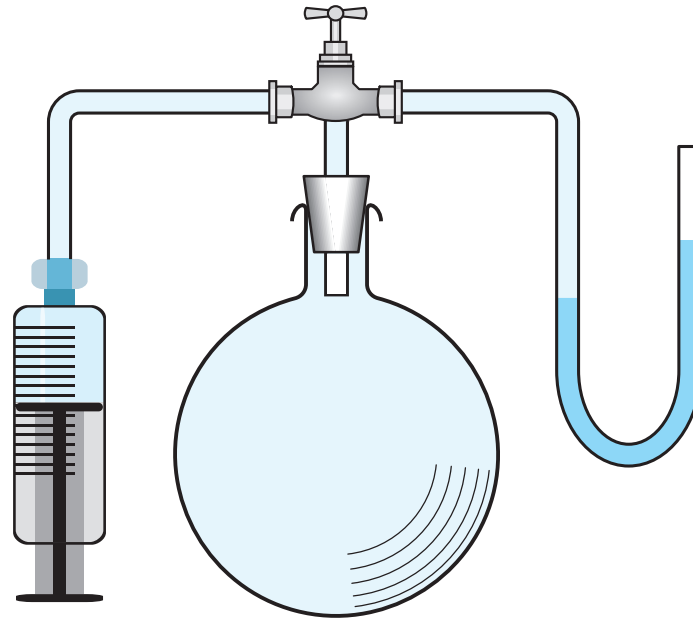
$$\Delta S = \frac{Q^+}{T_0^+} + \frac{Q^-}{T_0^-} = 0 \quad (\text{endoréversible}) \quad (7.83)$$

- **Rendement** : (7.78) : cycle de Carnot endoréversible

$$\eta = \eta_{EC} = -\frac{W}{Q^+} = \frac{Q^-}{Q^+} = 1 + \frac{Q^-}{Q^+} = 1 - \frac{T_0^-}{T_0^+} < 1 - \frac{T^-}{T^+} = \eta_C \quad (7.84)$$

7.8 Applications

- 7.8.1 Expérience de Clément-Desormes
- 7.8.2 Moteur de Stirling
- 7.8.3 Fluide biphase
- 7.8.4 Pression saturante et humidité



- **Expérience de Clément-Desormes** : le coefficient γ d'un gaz parfait est déterminé expérimentalement en injectant du gaz en quantité fixée dans un ballon à l'aide d'une seringue et en mesurant la pression du gaz à l'aide du déplacement d'un liquide dans un tube en U de volume négligeable relié au ballon.

- **Etat initial** : le volume du gaz dans le ballon et la seringue est V_0 , sa pression est la pression atmosphérique p_{ext} et sa température est la température ambiante T_{ext} .

- **Processus** :

- ① **Compression isotherme** : le gaz dans la seringue est injecté lentement dans le ballon de volume V à température ambiante T_{ext} .

état 0 : $(V_0, p_{\text{ext}}, T_{\text{ext}}) \rightarrow (V, p_1, T_{\text{ext}})$: état 1

- ② **Détente adiabatique** : on retire le piston de la seringue aussi rapidement que possible afin de ramener la pression du gaz dans la sphère à sa valeur initiale p_{ext} .

état 1 : $(V, p_1, T_{\text{ext}}) \rightarrow (V_2, p_{\text{ext}}, T_2)$: état 2

- ③ **Compression isochore** : la chaleur fournie par l'environnement au gaz donne lieu à un équilibre thermique à température ambiante T_{ext} .

état 2 : $(V_2, p_{\text{ext}}, T_2) \rightarrow (V_2, p_2, T_{\text{ext}})$: état 3

- **Variations de pression** : faibles variations relatives

- ① **Compression isotherme** : $\Delta p_1 = p_1 - p_{\text{ext}} \ll p_{\text{ext}}$

- ② **Compression isochore** : $\Delta p_2 = p_2 - p_{\text{ext}} \ll p_{\text{ext}}$

- **Etat initial** : 0 : équation d'état (5.66)

$$p_{\text{ext}} V_0 = N R T_{\text{ext}} \quad (7.85)$$

- **Compression isotherme** : $0 \rightarrow 1$: état final 1 équation d'état (5.66)

$$p_1 V = N R T_{\text{ext}} \quad (7.86)$$

- **Détente adiabatique** : $1 \rightarrow 2$: $p V^\gamma = \text{cste}$

$$p_1 V^\gamma = p_{\text{ext}} V_2^\gamma \quad (7.87)$$

- **Etat final** : 3 : équation d'état (5.66)

$$p_2 V_2 = N R T_{\text{ext}} \quad (7.88)$$

- **Rapport des pressions** : (7.86) et (7.88) dans (7.87)

$$\frac{p_1}{p_{\text{ext}}} = \left(\frac{V_2}{V} \right)^\gamma = \left(\frac{N R T_{\text{ext}}}{p_2} \frac{p_1}{N R T_{\text{ext}}} \right)^\gamma = \left(\frac{p_1}{p_{\text{ext}}} \frac{p_{\text{ext}}}{p_2} \right)^\gamma \quad (7.89)$$

- **Rapport des pressions :** $p_1 = p_{\text{ext}} + \Delta p_1$ et $p_2 = p_{\text{ext}} + \Delta p_2$

$$1 + \frac{\Delta p_1}{p_{\text{ext}}} = \left(1 + \frac{\Delta p_1}{p_{\text{ext}}}\right)^\gamma \left(1 + \frac{\Delta p_2}{p_{\text{ext}}}\right)^{-\gamma} \quad (7.90)$$

- **Développement limité :** (7.90) $\Delta p_1/p_{\text{ext}} \ll 1$ et $\Delta p_2/p_{\text{ext}} \ll 1$

$$1 + \frac{\Delta p_1}{p_{\text{ext}}} \simeq \left(1 + \gamma \frac{\Delta p_1}{p_{\text{ext}}}\right) \left(1 - \gamma \frac{\Delta p_2}{p_{\text{ext}}}\right) \quad (7.91)$$

- **Développement limité :** au 1^{er} ordre - terme 2^e ordre négligé

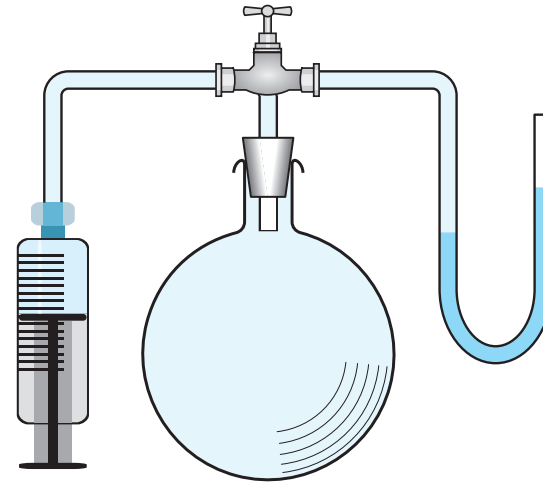
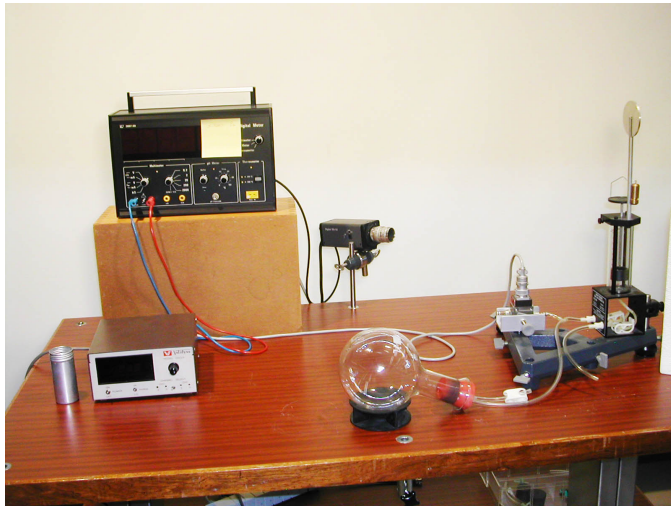
$$1 + \frac{\Delta p_1}{p_{\text{ext}}} \simeq 1 + \gamma \left(\frac{\Delta p_1}{p_{\text{ext}}} - \frac{\Delta p_2}{p_{\text{ext}}} \right) - \cancel{\gamma^2 \frac{\Delta p_1 \Delta p_2}{p_{\text{ext}} p_{\text{ext}}}} \quad (7.92)$$

- **Variation de pression :** au 1^{er} ordre

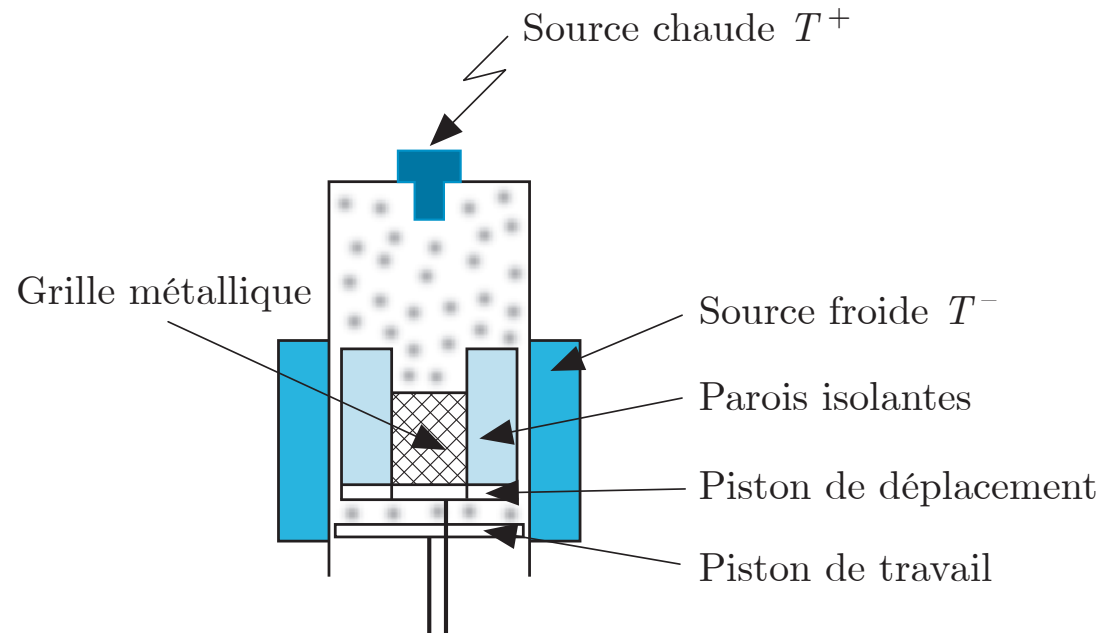
$$\Delta p_1 \simeq \gamma (\Delta p_1 - \Delta p_2) \quad (7.93)$$

- **Coefficient gamma :** loi de l'hydrostatique (liquide) $\Delta p = \rho g \Delta h$

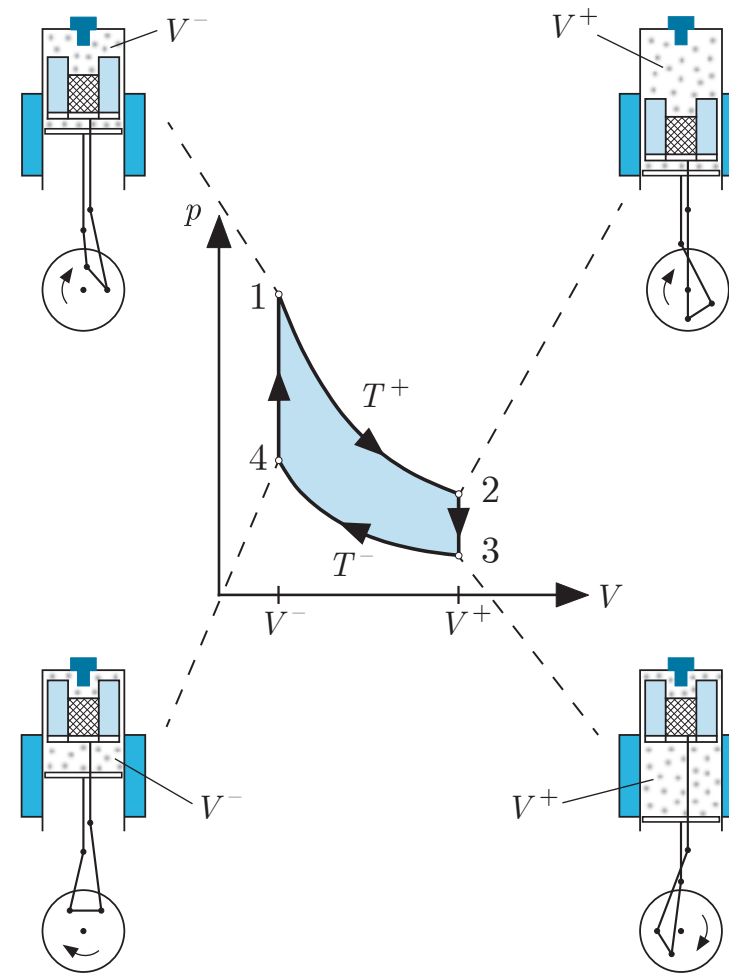
$$\gamma \simeq \frac{\Delta p_1}{\Delta p_1 - \Delta p_2} = \frac{\rho g \Delta h_1}{\rho g \Delta h_1 - \rho g \Delta h_2} = \frac{\Delta h_1}{\Delta h_1 - \Delta h_2} > 1 \quad (7.94)$$



- 1 On provoque une compression isotherme d'un gaz en l'injectant lentement avec une seringue dans un ballon à température ambiante et on mesure la variation de pression avec l'environnement.
- 2 On provoque une détente adiabatique en retirant le piston de la seringue aussi rapidement que possible afin de ramener la pression du gaz dans la sphère à sa valeur initiale.
- 3 On provoque une compression isochore en laissant le gaz atteindre un équilibre thermique à température ambiante à l'aide de la chaleur fournie par l'environnement et on mesure la variation de pression avec l'environnement.
- 4 On déduit le coefficient γ du gaz des variations de pression ($\gamma_{\text{air}} = 1.4$).



- **Moteur de Stirling** : le moteur de Stirling est constitué d'un cylindre dans lequel se trouve un gaz enfermé par un piston de travail. Un piston de déplacement contenant une grille, appelée régénérateur, coulisse dans le cylindre. La source chaude à température constante T^+ est l'extrémité opposée au piston de travail qui est chauffée par une flamme. La source froide à température constante T^- est la paroi extérieure du cylindre.
- **Fonctionnement** : les pistons entraînent les deux bielles qui sont fixées sur un disque de manière à ce que les mouvements des deux pistons soient décalés d'un quart de tour lorsque le disque tourne.



- ① **Détente isotherme** : $1 \rightarrow 2$ à température constante T^+
- ② **Décompression isochore** : $2 \rightarrow 3$ à volume constant V^+
- ③ **Compression isotherme** : $3 \rightarrow 4$ à température constante T^-
- ④ **Compression isochore** : $4 \rightarrow 1$ à volume constant V^-

- ❶ **Détente isotherme** : $1 \rightarrow 2$ à température constante T^+

$$W_{1 \rightarrow 2} = -NR T^+ \ln \left(\frac{V_2}{V_1} \right) = -NR T^+ \ln \left(\frac{V^+}{V^-} \right) < 0$$

$$Q_{1 \rightarrow 2} = -W_{1 \rightarrow 2} = NR T^+ \ln \left(\frac{V^+}{V^-} \right) > 0$$

- ❷ **Décompression isochore** : $2 \rightarrow 3$ à volume constant V^+

$$W_{2 \rightarrow 3} = 0$$

$$Q_{2 \rightarrow 3} = \Delta U_{2 \rightarrow 3} = cNR(T_3 - T_2) = -cNR(T^+ - T^-) < 0$$

- ❸ **Compression isotherme** : $3 \rightarrow 4$ à température constante T^-

$$W_{3 \rightarrow 4} = -NR T^- \ln \left(\frac{V_4}{V_3} \right) = NR T^- \ln \left(\frac{V^+}{V^-} \right) > 0$$

$$Q_{3 \rightarrow 4} = -W_{3 \rightarrow 4} = -NR T^- \ln \left(\frac{V^+}{V^-} \right) < 0$$

- ❹ **Compression isochore** : $4 \rightarrow 1$ à volume constant V^-

$$W_{4 \rightarrow 1} = 0$$

$$Q_{4 \rightarrow 1} = \Delta U_{4 \rightarrow 1} = cNR(T_1 - T_4) = cNR(T^+ - T^-) > 0$$

- **Travail** : effectué par cycle de Stirling (7.95) - (7.98) donne (7.99)

$$W = W_{1 \rightarrow 2} + W_{2 \rightarrow 3} + W_{3 \rightarrow 4} + W_{4 \rightarrow 1} = -NR(T^+ - T^-) \ln \left(\frac{V^+}{V^-} \right) < 0$$

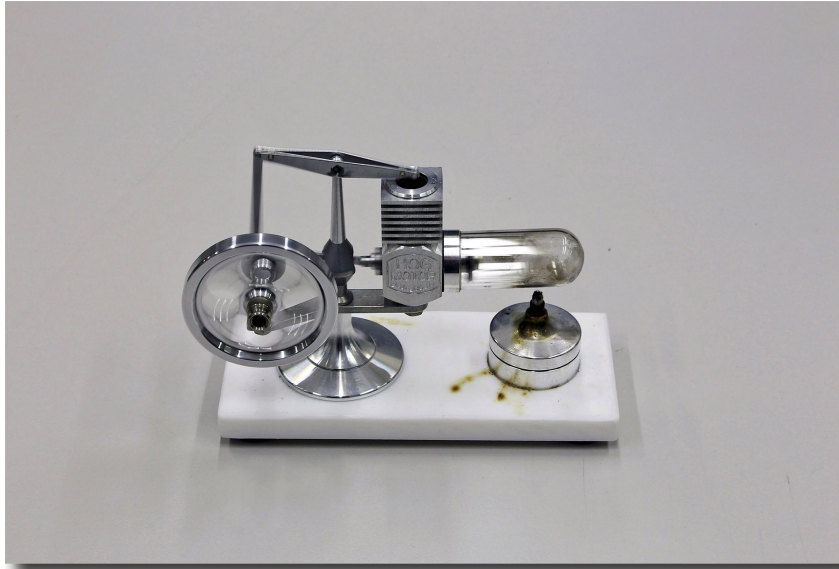
- **Chaleur** : fournie par cycle de Stirling (7.95) - (7.98) donne (7.100)

$$Q = Q_{1 \rightarrow 2} + Q_{2 \rightarrow 3} + Q_{3 \rightarrow 4} + Q_{4 \rightarrow 1} = NR(T^+ - T^-) \ln \left(\frac{V^+}{V^-} \right) > 0$$

- **Rendement** : où $W = -Q$ et $Q^+ = Q_{1 \rightarrow 2}$

$$\eta_S = -\frac{W}{Q^+} = \frac{Q}{Q_{1 \rightarrow 2}} = \frac{T^+ - T^-}{T^+} = 1 - \frac{T^-}{T^+} = \eta_C < 1 \quad (7.101)$$

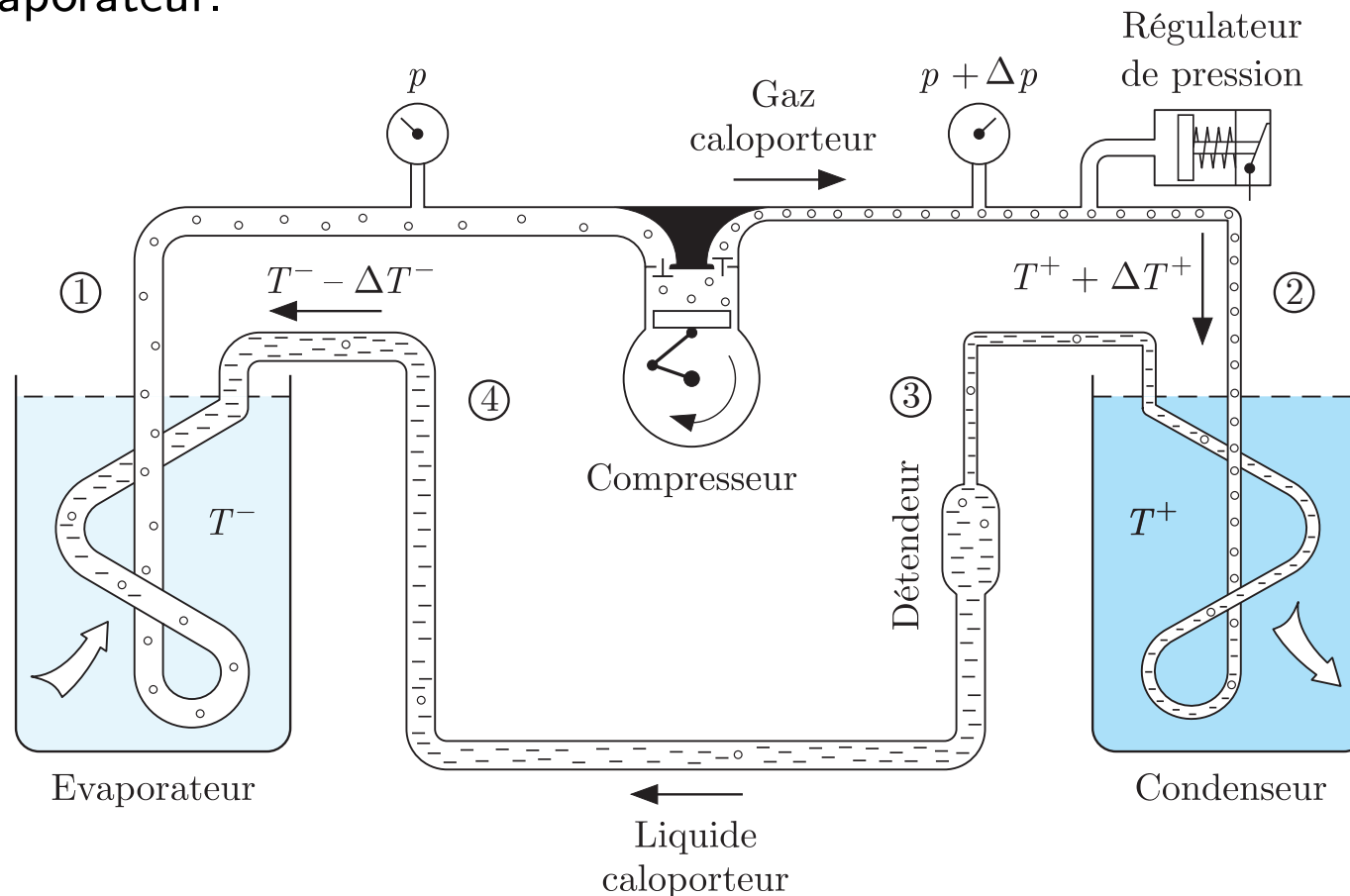
- **Théorème de Carnot** : le cycle de Stirling réversible est équivalent au cycle de Carnot réversible. Son rendement η_S est donc le même que celui du cycle de Carnot réversible η_C .

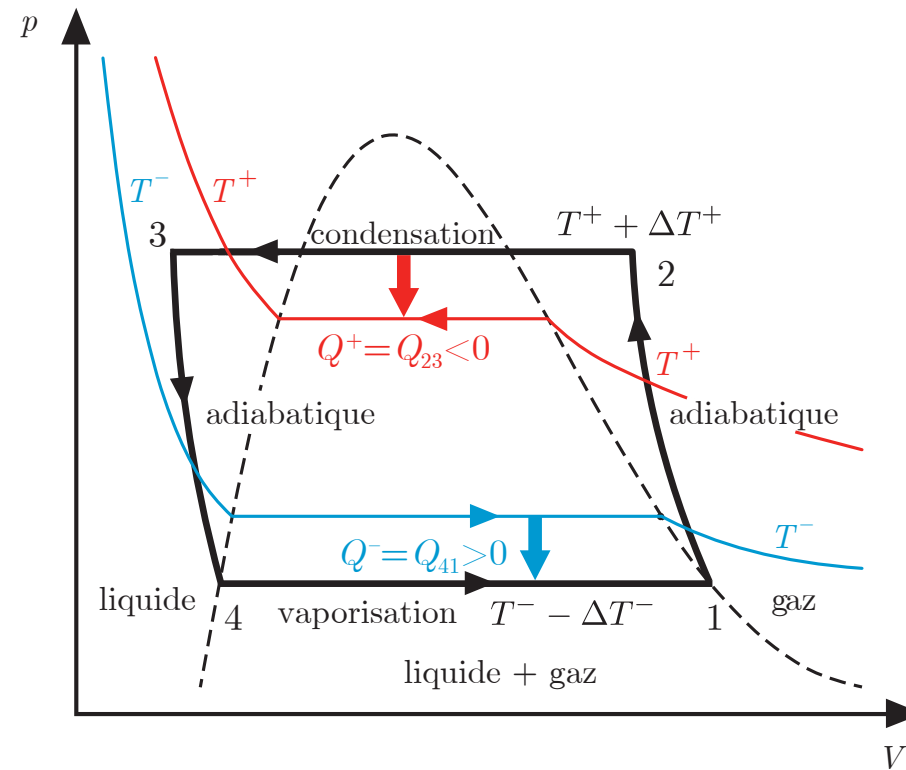


- 1 Une flamme (source chaude) fournit de la chaleur à l'air dans le cylindre. Une partie de la chaleur est utilisée pour faire réaliser un travail sur le piston qui fait tourner la roue à l'aide de la bielle. La chaleur restante est restituée à l'armature métallique (source froide).
- 2 Une lampe qui se situe au foyer gauche d'un système de miroirs paraboliques éclaire et chauffe un corps noir qui se trouve au foyer droite. La différence de température de part et d'autre du miroir de droite permet à un moteur Stirling d'entraîner la roue.

- **Cycle biphase** : on considère un réfrigérateur ou une pompe à chaleur représentés par un cycle calorifique ditherme sur un fluide qui subit deux transitions de phase :

- 1 **Condensation** : $2 \rightarrow 3$: le gaz se transforme en liquide dans le condenseur.
- 2 **Vaporisation** : $4 \rightarrow 1$: le liquide se transforme en gaz dans l'évaporateur.





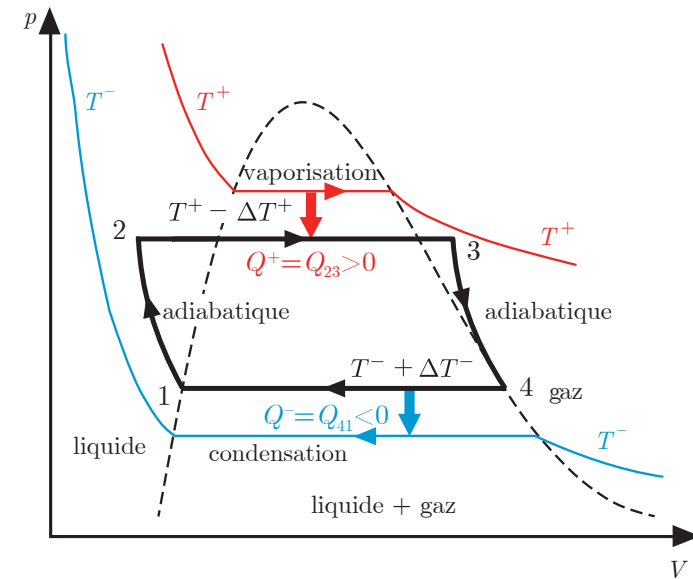
- 1 **Compression adiabatique** : $1 \rightarrow 2$:
le gaz est comprimé par le compresseur.
- 2 **Condensation isotherme** : $2 \rightarrow 3$:
le gaz est liquéfié dans le condenseur.
- 3 **Détente adiabatique** : $3 \rightarrow 4$:
le liquide est détendu par le détendeur.
- 4 **Vaporisation isotherme** : $4 \rightarrow 1$:
le liquide est vaporisé dans l'évaporateur.

1 Source chaude : condenseur à température T^+

- **Condensation** : la température $T^+ + \Delta T^+$ du gaz est plus élevée que la température T^+ de la source chaude provoquant un transfert irréversible de chaleur $Q^+ < 0$ du gaz vers la source chaude qui entraîne la condensation du gaz.
- **Compression adiabatique (avant condensation)** : l'augmentation de la température générée par le compresseur doit être suffisante pour que le gaz puisse se condenser en contact thermique avec la source chaude.
- **Pompe à chaleur** : le condenseur est la source chaude à réchauffer.

2 Source froide : évaporateur à température T^-

- **Vaporisation** : la température $T^- - \Delta T^-$ du liquide est plus basse que la température T^- de la source froide provoquant un transfert irréversible de chaleur $Q^- > 0$ de la source froide vers le liquide qui entraîne la vaporisation du liquide.
- **Détente adiabatique (avant vaporisation)** : la diminution de la température générée par le détendeur doit être suffisante pour que le liquide puisse se vaporiser en contact thermique avec la source froide.
- **Réfrigérateur** : l'évaporateur est la source froide à refroidir.



- De la vapeur d'eau est obtenue par évaporation de l'eau chaude dans une cafetière italienne (évaporateur). La source chaude est l'évaporateur car le cycle moteur est orienté dans le sens opposé au cycle calorifique.
- La vapeur est introduite dans un cylindre muni d'un piston. La différence de pression de part et d'autre du piston provoque son déplacement. Le mouvement de la bielle attachée au piston entraîne la rotation de la roue sur laquelle la bielle est fixée.
- La vapeur se condense ensuite dans un tube (condenseur) qui est la source froide. On pourrait ensuite réinjecter cette eau dans la cafetière pour obtenir un cycle biphasique fermé.

- **Pression saturante** : pression p° d'un gaz parfait lorsque la phase gazeuse est à l'équilibre chimique avec la phase liquide : $\mu_g = \mu_\ell$.
- **Diagramme de phase** : la pression saturante $p^\circ(T)$ est une fonction de la température T qui correspond à la courbe de coexistence des phases liquide et gazeuse sur le diagramme pT .
- **Volume molaire** : on néglige le volume molaire du liquide par rapport à celui du gaz.

$$v_\ell \ll v_g \quad (7.102)$$

- **Gaz parfait** : équation d'état (modèle de gaz)

$$v_g = \frac{V}{N} = \frac{RT}{p} \quad (7.103)$$

- **Relation de Clausius-Clapeyron** : (7.102) et (7.103) dans (6.83)

$$\frac{dp^\circ}{dT} = \frac{\ell_{\ell \rightarrow g}(T)}{T(v_g - v_\ell)} = \frac{\ell_{\ell \rightarrow g}(T)p^\circ}{RT^2} \quad \text{où} \quad p = p^\circ \quad (7.104)$$

- **Modèle de Dupré** : décroissance linéaire de $\ell_{\ell \rightarrow g}(T)$

$$\ell_{\ell \rightarrow g}(T) = A - BT \quad \text{où} \quad A, B > 0 \quad (7.105)$$

- **Intégrale de Clausius-Clapeyron** : (7.105) dans (7.104) de T_0 à T

$$\int_{p^\circ(T_0)}^{p^\circ(T)} \frac{dp^{\circ'}(T')}{p^{\circ'}(T')} = \frac{A}{R} \int_{T_0}^T \frac{dT'}{T'^2} - \frac{B}{R} \int_{T_0}^T \frac{dT'}{T'} \quad (7.106)$$

- **Intégrale de Clausius-Clapeyron** :

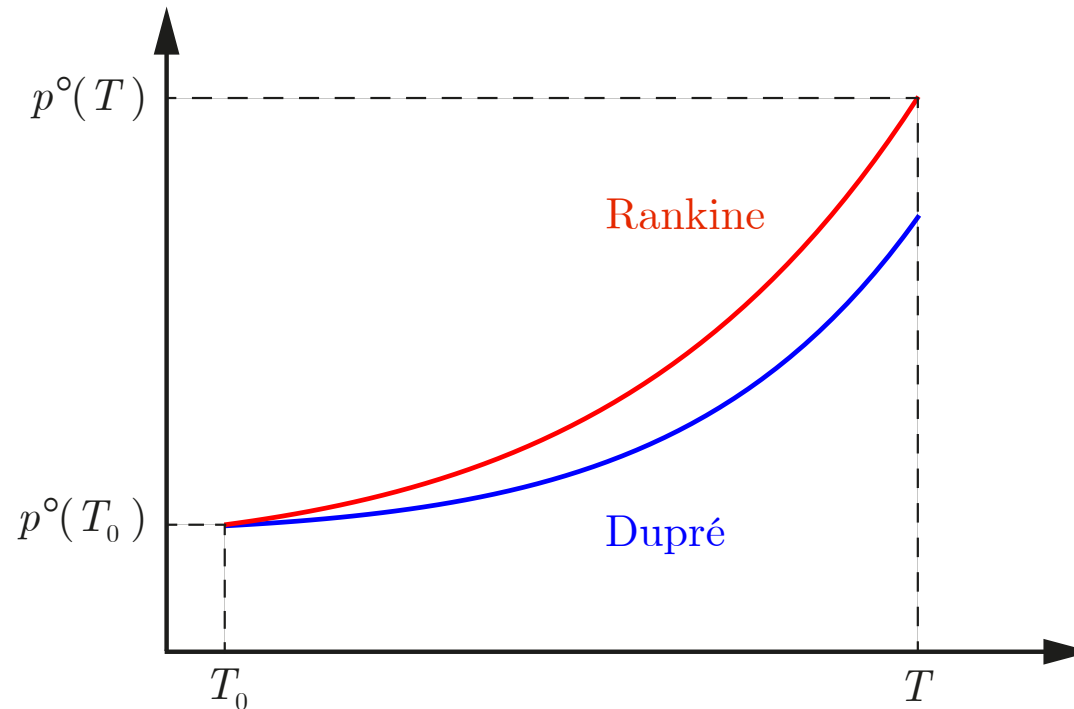
$$\ln \left(\frac{p^\circ(T)}{p^\circ(T_0)} \right) = \frac{A}{R} \left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T} \right) - \frac{B}{R} \ln \left(\frac{T}{T_0} \right) \quad (7.107)$$

- **Pression saturante** : formule de Dupré

$$p^\circ(T) = p^\circ(T_0) \left(\frac{T_0}{T} \right)^{B/R} \exp \left(\frac{A}{R} \left(\frac{T - T_0}{T_0 T} \right) \right) \quad (7.108)$$

- **Pression saturante** : formule de Rankine : $B = 0$ ainsi $A = \ell_{\ell \rightarrow g}$

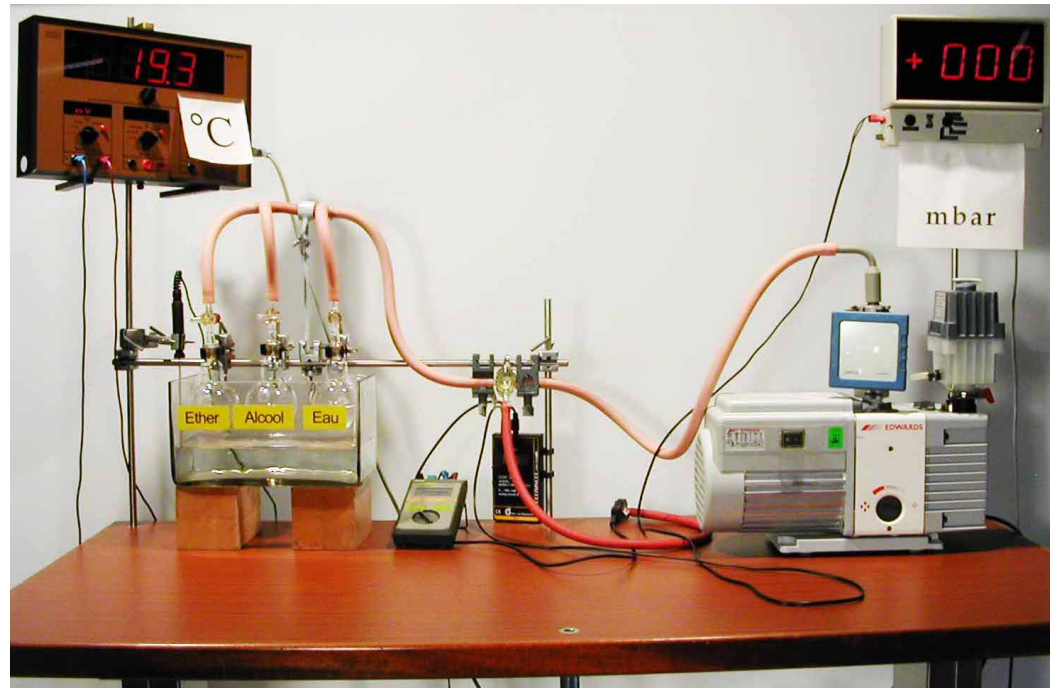
$$p^\circ(T) = p^\circ(T_0) \exp \left(\frac{\ell_{\ell \rightarrow g}}{R} \left(\frac{T - T_0}{T_0 T} \right) \right) \quad (7.109)$$



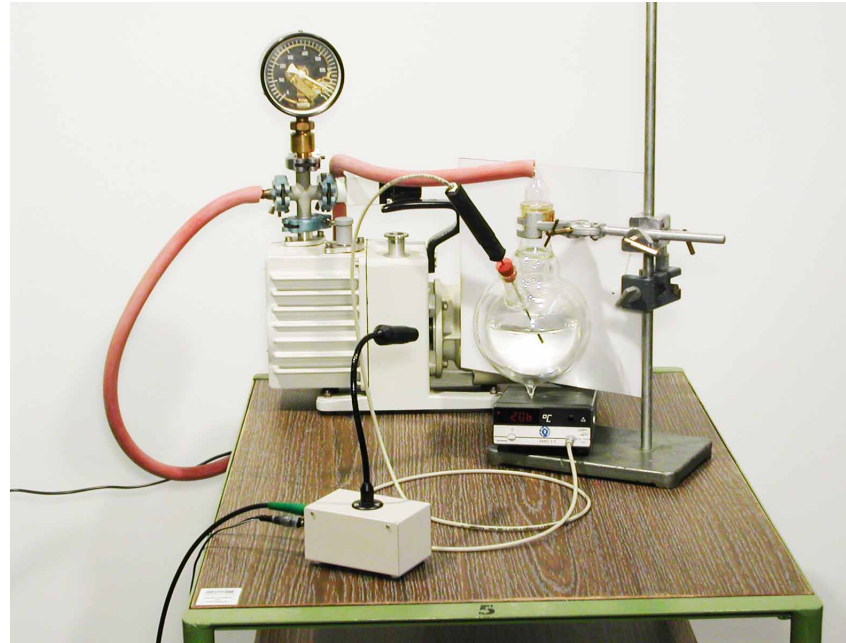
- **Humidité relative** : rapport de la pression partielle du gaz et de la pression saturante

$$\phi(T) = \frac{p(T)}{p^\circ(T)} \quad (7.110)$$

- **Humidité relative de l'air** : la pression saturante $p^\circ(T)$ de vapeur d'eau augmente avec la température. Ainsi, pour une même pression $p(T)$ de vapeur d'eau dans l'air, l'air chaud a une humidité relative $\phi(T)$ plus faible que l'air froid.



- Trois récipients contenant de l'eau, de l'alcool et de l'éther sont fermés par des vannes. L'ensemble est à l'équilibre thermique avec l'environnement à température ambiante T .
- Les gaz dans chaque récipient ont atteint un état d'équilibre chimique avec les liquides. Ainsi, leurs pressions $p(T)$ sont les pressions de saturation $p^\circ(T)$. On mesure alors les pressions de saturation des trois gaz à température ambiante T .



- On remplit un récipient en verre à moitié d'eau à température quasiment ambiante. A l'aide d'une pompe à vide, on extrait l'air du récipient. On observe l'ébullition spontanée de l'eau.
- En faisant le vide d'air dans le récipient, on abaisse la valeur de la pression $p^\circ(T)$ de la vapeur d'eau et donc la température d'ébullition de l'eau. A basse pression, l'eau peut donc être en ébullition à température quasiment ambiante.
- Au sommet du Mont Everest (8848 m), la température d'ébullition n'est que de 71°C .



- On fait bouillir de l'eau dans un récipient en verre. On ferme le récipient avec un bouchon et on le retire du feu. Il y a alors un équilibre chimique entre l'eau et la vapeur. La pression partielle de la vapeur p est égale à la pression saturante p° .
- On verse ensuite de l'eau froide sur le récipient. La vapeur se condense ce qui provoque une grande diminution de sa pression p .
- L'abaissement important de la pression p de la vapeur diminue la température d'ébullition T de l'eau, où $p = p^\circ(T)$. Ainsi, l'eau se remet à bouillir à une température bien inférieure à 100°C .